Ein Beitrag zur Theorie der speciellen Störungen

mit Anwendung auf eine Verbesserung der Bahn des Planeten (196) Philomela.

Inaugural-Dissertation,

welche

nebst den beigefügten Thesen

mit Genehmigung der hohen

philosophischen Facultät der Königlichen Universität Breslau

zur

Erlangung der philosophischen Doctorwürde

Sonnabend, den 5. Januar 1901, Mittags 12 Uhr,

in der Aula Leopoldina

öffentlich verteidigen wird

Paul Victor Neugebauer.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Opponenten:

Walther Zimmermann, cand. astr.
Harry Meyer, cand. astr.

Breslau.
Druck von Grass, Barth & Comp. (W. Friedrich).

Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn Prof. Dr. Julius Franz,

Director der Königlichen Sternwarte zu Breslau,

in Dankbarkeit

gewidmet vom

Verfasser.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549813_0086

I. Theil.

Die vorliegende Untersuchung verfolgt den Zweck, einen Beitrag zur Kenntniss der Theorie der speciellen Störungen zu liefern. Es handelt sich um eine Umformung der Methode der Variation der Constanten, welche es gestattet, diese Methode auch in dem speciellen Fall schwach excentrischer Bahnen anzuwenden. Ehe hierauf näher eingegangen wird, möge der Vollständigkeit halber die Methode der Variation der Constanten kurz entwickelt werden.

1. Aufstellung der Differentialgleichungen.

Sei a die halbe große Axe, e die Excentrizität, π die Länge des Perihels, l die Länge des Planeten in der Bahn, l und π gezählt von dem Punkt Υ' der Bahn, für den $\Upsilon'\Omega = \Upsilon\Omega$ ist (Υ ist das Zeichen des Widderpunktes), so hat man als Polargleichung der Bahnellipse, wenn $p = a(1 - e^2)$ ist,

$$\frac{p}{r} = 1 + e\cos(l - \pi) = 1 - x, \tag{1.}$$

indem man

$$-e\cos(l-\pi) = x\,,\quad +e\sin(l-\pi) = y \tag{2.}$$

setzt. Sind dann $\frac{dl}{dt} = l'$ und $\frac{dr}{dt} = r'$ die Geschwindigkeiten, mit denen l und r sich ändern, so folgt aus (1):

$$\frac{pr'}{r^2} = e\sin(l-\pi)\,.\,l' = yl'. \tag{3.}$$

Der Radiusvector r beschreibt in der Zeit dt den Sector $\frac{1}{2}r^2dl$ und es ist, wenn

$$\mu = \frac{k}{a^{\frac{3}{2}}} \text{ *)} \tag{4.}$$

die mittlere tägliche Bewegung ist, nach dem zweiten Kepler'schen Gesetz:

$$\tfrac{1}{2}r^2dl : \pi a\sqrt{ap} = dt : \frac{2\pi}{\mu} = dt : \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{k}$$

oder

$$\frac{dl}{dt} = l' = \frac{k\sqrt{p}}{r^2}, \tag{5.}$$

damit wird (3):

$$r' = \frac{ky}{\sqrt{p}}. \tag{6.}$$

*) k ist die Gauss'sche Constante, $k = \frac{2\pi}{365.25}$.

Aus (1), (2), (4), (5) und (6) kann man e, a, π und μ bestimmen, wenn für eine gewisse Zeit die Coordinaten r und l und die Geschwindigkeiten r' bezw. l' gegeben sind. — Wichtig für das Folgende ist die Formel, die a durch die Geschwindigkeiten und r ausdrückt. Nach (1) und (2) ist

$$\frac{p}{a} = 1 - e^2 = 1 - x^2 - y^2 = 1 - \left(1 - \frac{p}{r}\right)^2 - y^2 \text{ oder}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{p}{r^2} - \frac{y^2}{p},$$

also nach (5) und (6):

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{1}{k^2}(r^2 l'^2 + r'^2). \tag{7.}$$

r' ist die Geschwindigkeit in der Richtung des Radiusvector, rl' die zu dieser senkrechte in der Bahnebene, d. h. $c = \sqrt{r^2 l'^2 + r'^2}$ ist die wahre Geschwindigkeit des Planeten, so dass aus

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{c^2}{k^2} \tag{8.}$$

folgt, dass a nur von der Geschwindigkeit c, nicht aber von deren Richtung abhängt. Eine weitere unendlich kleine Kraft senkrecht zur Bahnebene wird daher zwar die Richtung der Resultirenden, aber nicht die Grösse von a ändern, braucht also im Folgenden bei der Bestimmung von da nicht berücksichtigt zu werden.

Es sind nun die Einflüsse einer continuirlich störenden Kraft zu untersuchen. Eine solche Kraft φ ist eine Beschleunigungskraft, also $\varphi = \frac{d\nu}{dt}$, wenn ν eine Geschwindigkeit ist. Man hat somit für die Zuwächse der Geschwindigkeiten den Ausdruck $d\nu = \varphi dt$. Untersucht man also zunächst die Wirkung eines momentanen Stosses, der eine gewisse Geschwindigkeit erzeugt, so ist nach dem obigen Ausdruck die Untersuchung über die Wirkung einer continuirlich störenden Kraft wesentlich vereinfacht.

Es erhalte der Planet einen unendlich kleinen Stoss in einer in seiner Bahnebene gelegenen Richtung. Seine Geschwindigkeiten r' und l' gehen dadurch über in $r' + dr'$ und $l' + dl'$, so dass sich der Planet nunmehr in einer durch l, r, $l' + dl'$, $r' + dr'$ bestimmten Ellipse bewegt. Um die hierdurch bedingte Aenderung der Elemente zu erhalten, hat man die oben entwickelten Gleichungen nach r' und l' zu differentiiren. Zunächst folgt aus (5):

$$\frac{k}{\sqrt{p}} dp = 2r^2 dl', \tag{9.}$$

und aus (1), (6) und (7):

$$dx = -\frac{dp}{r},\ dr' = \frac{k}{\sqrt{p}} dy - \frac{1}{2}\frac{k}{\sqrt{p^3}} y dp,\ \frac{k^2 da}{a^2} = 2r^2 l' dl' + 2r' dr',$$

oder mit (9), (5) und (6):

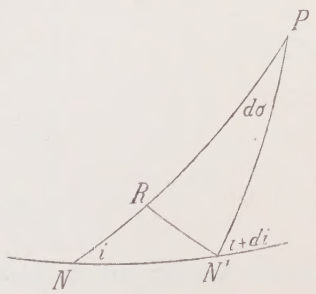
$$\frac{k}{\sqrt{p}} dx = -2r dl',\ \frac{k}{\sqrt{p}} dy = dr' + \frac{r^2 y}{p} dl',\ \frac{k}{\sqrt{p}} da = \frac{2a^2}{p} y dr' + 2a^2 dl'. \tag{10.}$$

Da ferner $e^2 = x^2 + y^2$, $tg(l - \pi) = -\frac{y}{x}$ ist, so ist

$$ede = xdx + ydy, \tag{11.}$$

$$e^2 d\pi = xdy - ydx. \tag{12.}$$

Es erfolge ein Stoss in einer zu der Bahnebene senkrechten Richtung. Dadurch erhält der Planet eine unendlich kleine Geschwindigkeit dw senkrecht zur Bahn, die in der üblichen Weise nördlich positiv genommen wird. Verbindet man sie mit der auf dem Radiusvector senkrechten Geschwindigkeit rl', so entsteht eine neue Geschwindigkeit rl', die mit der früheren den Winkels $d\sigma = \frac{dw}{rl'}$ bildet. Ist nun P der heliocentrische Ort des Planeten, N der aufsteigende Knoten vor dem Stoss, N' nach demselben, so ist $NN' = d\Omega$, $< NPN' = d\sigma$ und daher



$\cos(i + di) = \cos d\sigma \cos i - \sin d\sigma \sin i \cos(l - \Omega)$,
$\sin d\Omega \sin(i + di) = \sin(l - \Omega) \sin d\sigma$, oder

$$(13.) \qquad di = \cos(l - \Omega)\, d\sigma, \quad d\Omega = \frac{\sin(l - \Omega)}{\sin i}\, d\sigma.$$

Mit der Aenderung der Lage der Bahn erfolgt gleichzeitig eine Aenderung von l. Es geht

$l = \Upsilon N + NP$ über in $l + dl = \Upsilon N' + N'P$, also ist

$$dl = \Upsilon N' - \Upsilon N - (NP - N'P) = NN' - NR,$$

wenn $N'R \perp NP$ ist, d. h.

$$dl = d\Omega - \cos i\, d\Omega.$$

Um diesen Betrag ändern sich also l und auch π.

Um nunmehr die Wirkung einer continuirlich störenden Kraft zu untersuchen, zerlegt man diese störende Kraft in drei Componenten, in der Richtung des Radiusvector, senkrecht zu dieser in der Bahn und senkrecht zu beiden. Diese Kräfte seien mit R, S, W bezeichnet. Die Geschwindigkeiten in den angegebenen Richtungen sind dann

$$r + Rdt, \quad rl' + Sdt, \quad Wdt;$$

der Planet bewegt sich also in einer Ellipse, welche durch r, l, $r' + Rdt$, $l' + \frac{S}{r}dt$ bestimmt ist und mit der früheren den Winkel $d\sigma = \frac{dw}{rl'} = \frac{Wdt}{rl'}$ bildet. Die Elemente der neuen Bahn sind $p + dp$, $x + dx$ etc. und man findet die Zuwächse dp, dx etc., indem man in den Gleichungen (9) bis (12) Rdt und $\frac{S}{r}dt$ für dr' und dl' und in (13) $\frac{Wdt}{rl'} = \frac{r}{k\sqrt{p}}\, Wdt$ für $d\sigma$ einführt. Setzt man dann

$$\frac{\sqrt{p}}{k}R = R_1, \quad \frac{\sqrt{p}}{k}S = S_1, \quad \frac{\sqrt{p}}{k}W = W_1,$$

so wird:

$$dp = 2rS_1dt, \quad dx = -2S_1dt, \quad dy = R_1dt + \frac{ry}{p}S_1dt,$$

also:

$$(14.) \qquad \begin{cases} da = \frac{2a^2}{p}yR_1dt + \frac{2a^2}{r}S_1dt, \\ ede = yR_1dt + \left(\frac{ry^2}{p} - 2x\right)S_1dt, \\ e^2d\pi = xR_1dt + \left(\frac{rx}{p} + 2\right)yS_1dt. \end{cases}$$

Hierbei ist

$$\frac{ry^2}{p} - 2x = 2 - \frac{p}{r} - 2x - \frac{r}{a} = \frac{p}{r} - \frac{r}{a},$$

$$\frac{rx}{p} + 2 = \frac{r}{p} + 1,$$

$$x = -e\cos v, \quad y = e\sin v, \quad \text{denn } l - \pi = v,$$

so dass man erhält:

$$(15.)\quad \begin{cases} da = \frac{2a^2e}{p}\sin vR_1dt + \frac{2a^2}{r}S_1dt, \\ de = \sin vR_1dt + \frac{1}{e}\left(\frac{p}{r} - \frac{r}{a}\right)S_1dt, \\ d\pi = -\frac{1}{e}\cos vR_1dt + \frac{p+r}{pe}\sin vS_1dt + (1-\cos i)\,d\Omega), \\ di = \frac{r}{p}\cos(l-\Omega)\,W_1dt, \\ d\Omega = \frac{r}{p}\frac{\sin(l-\Omega)}{\sin i}W_1dt, \\ d\mu = -\frac{3}{2}\frac{\mu}{a}da = -\frac{3a\mu e}{p}\sin vR_1dt - \frac{3a\mu}{r}S_1dt. \end{cases}$$

Zu bestimmen bleibt noch die Aenderung der mittleren Anomalie M. Hier sind einige kurze Hilfsentwickelungen nöthig. Aus $r' = \frac{k}{\sqrt{p}}y$ und $\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{p}{r^2} - \frac{y^2}{p}$ folgt

$$\frac{r'^2}{k^2} = \frac{2}{r} - \frac{p}{r^2} - \frac{1}{a} \quad \text{oder}$$

$$(16.)\quad \frac{r^2r'^2}{\mu^2a^2} = 2ar - a^2(1-e^2) - r^2 = a^2e^2 - (a-r)^2.$$

Da ferner $a - r = ae\cos E$ ist (E = excentrische Anomalie), so ist

$$(17.)\quad a^2e^2 - (a-r)^2 = a^2e^2\sin^2 E.$$

Nun folgt aus der Kepler'schen Gleichung: $dM = (1 - e\cos E)\,dE - \sin E de$; eliminirt man hieraus dE mittelst der Gleichung $(1 - e\cos E)\,da = a\cos E dE - ae\sin E de$, so ist:

$$ae\sin E dM + (1 - e\cos E)^2 da = a(\cos E - e)\,de.$$

Da $1 - e\cos E = \frac{r}{a}$, $\cos E - e = \frac{p-r}{ae} = -\frac{rx}{ae}$ und nach (17), (16), (4) und (6)

$$a^2e^2\sin^2 E = \frac{r^2r'^2}{\mu^2a^2} = \frac{a}{p}r^2y^2 \text{ ist, so ist}$$

$$\sqrt{\frac{a}{p}}\,ydM + \frac{r}{a^2}da = -\frac{x}{e}de.$$

Setzt man hier die Worte aus (15) ein, so wird

$$dM = -\sqrt{\frac{p}{a}}\left(\frac{2r}{p} - \frac{\cos v}{e}\right)R_1dt - \sqrt{\frac{p}{a}}\frac{\sin v}{e}\left(\frac{r}{p} + 1\right)S_1dt.$$

Dies ist die nur von den Elementen a, e, π abhängende Aenderung von M, d. h. die Aenderung der mittleren Anomalie M_0 der Epoche t_0. Beim Uebergang auf eine andere Epoche t ist zu M nicht nur das Integral von t_0 bis t über den obigen Ausdruck zu addiren, sondern auch noch die durch die mittlere tägliche Bewegung μ bedingte Fortschreitung, wobei die Störung von μ in Rechnung zu ziehen ist. Daher ergiebt sich als zu M_0 ausserdem hinzuzufügende Correction der Ausdruck:

$$+\mu(t - t_0) + \int_{t_0}^{t} dt \int_{t_0}^{t} \frac{d\mu}{dt}\,dt,$$

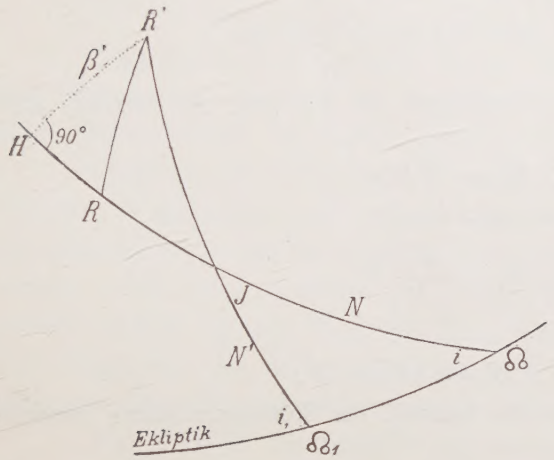
so dass man für das Differential dM folgende Gleichung erhält:

$$(18.)\quad dM = -\sqrt{\frac{p}{a}}\left(\frac{2r}{p} - \frac{\cos v}{e}\right)R_1\,dt - \sqrt{\frac{p}{a}}\frac{\sin v}{e}\left(\frac{r}{p} + 1\right)S_1\,dt + \left[\int\frac{d\mu}{dt}\,dt\right]dt.$$

2. Bestimmung der störenden Kräfte.

Sind x, y, z die Coordinaten des gestörten Planeten in Bezug auf die Sonne, x_1, y_1, z_1, die des störenden Planeten, $M = 1$ die Masse der Sonne, m die des gestörten, m_1 die des störenden Planeten, r und r_1 der Radiusvector des gestörten bezw. störenden Planeten und ρ ihre gegenseitige Entfernung, so lauten die Grundgleichungen der Störungstheorie, wenn man bald, der Kleinheit von m halber, $1 + m$ gleich 1 setzt:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k^2}{r^3}x &= \left(\frac{x_1 - x}{\rho^3} - \frac{x_1}{r_1^3}\right) k^2 m_1 , \\
\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k^2}{r^3}y &= \left(\frac{y_1 - y}{\rho^3} - \frac{y_1}{r_1^3}\right) k^2 m_1 , \\
\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{k^2}{r^3}z &= \left(\frac{z_1 - z}{\rho^3} - \frac{z_1}{r_1^3}\right) k^2 m_1 .
\end{aligned} \tag{19.}$$



Bei elliptischer Bewegung sind die rechten Seiten Null; sie sind also bei gestörter Bewegung die Ausdrücke für die störenden Kräfte, die im Folgenden in geeigneter Weise darzustellen sind. Die Coordinatenaxen werden dabei so angenommen, dass ihre Richtungen beziehentlich mit den Richtungen der drei Kräfte R, S, W zusammenfallen. Dadurch wird

$$x = r , \; y = 0 , \; z = 0.$$

Aus dem Dreieck, welches durch die Schnittpunkte der Bahn des gestörten und der des störenden Planeten unter sich und mit der Ekliptik gebildet wird, folgt:

$$\begin{aligned}
\sin\tfrac{1}{2}J\sin\tfrac{1}{2}(N + N') &= \sin\tfrac{1}{2}(\Omega_1 - \Omega)\sin\tfrac{1}{2}(i_1 + i), \\
\sin\tfrac{1}{2}J\cos\tfrac{1}{2}(N + N') &= \cos\tfrac{1}{2}(\Omega_1 - \Omega)\sin\tfrac{1}{2}(i_1 - i), \\
\cos\tfrac{1}{2}J\sin\tfrac{1}{2}(N - N') &= \sin\tfrac{1}{2}(\Omega_1 - \Omega)\cos\tfrac{1}{2}(i_1 + i), \\
\cos\tfrac{1}{2}J\cos\tfrac{1}{2}(N - N') &= \cos\tfrac{1}{2}(\Omega_1 - \Omega)\cos\tfrac{1}{2}(i_1 - i).
\end{aligned} \tag{20.}$$

Sind nun λ' und β' Länge und Breite des störenden Planeten R', bezogen auf die Bahn des gestörten R, erstere vom Durchschnittspunkt der beiden Bahnen aus gezählt, so folgt aus dem Dreieck $R'JH$:

$$\begin{aligned}
\cos\beta'\cos\lambda' &= \cos\{L_1 - (\Omega_1 + N')\}, \\
\cos\beta'\sin\lambda' &= \sin\{L_1 - (\Omega_1 + N')\}\cos J, \\
\sin\beta' &= \sin\{L_1 - (\Omega_1 + N')\}\sin J.
\end{aligned} \tag{21.}$$

L_1 ist hierin die Länge des störenden Planeten in der Bahn. Sind R, S und W die Richtungspunkte der drei Kräfte R, S und W an der Himmelskugel, so ist

$$RH = \lambda' - (u - N) = \lambda' - (v + \pi - \Omega - N) = \lambda' - (v + \omega'),$$
$$SH = 90^0 - \lambda + (v + \omega'), \quad WH = 90^0,$$

und es folgt aus den rechtwinkligen Dreiecken $RR'H$ und $SR'H$:

$$\begin{aligned}
\cos RR' &= \cos\beta'\cos\{\lambda' - (v + \omega')\}, \\
\cos SR' &= \cos\beta'\sin\{\lambda' - (v + \omega')\}, \\
\cos WR' &= \sin\beta'.
\end{aligned}$$

Nun ist:

$$(22.)\qquad \begin{aligned} x &= r\,,\ x_1 = r_1 \cos RR' = r_1 \cos\beta' \cos\{\lambda' - (v + \omega')\}\,;\\ y &= o\,,\ y_1 = r_1 \cos SR' = r_1 \cos\beta' \sin\{\lambda' - (v + \omega')\}\,;\\ z &= o\,,\ z_1 = r_1 \cos WR' = r_1 \sin\beta'. \end{aligned}$$

Die Entfernung ρ der beiden Planeten von einander ergiebt sich aus der Gleichung:

$$(23.)\qquad \rho^2 = r_1^{\,2} + r^2 - 2rr_1 \cos RR' = r^2 + r_1^{\,2} - 2rx_1.$$

Mit den so gefundenen Werthen sind $R' = \frac{x_1 - x}{\rho^3} - \frac{x_1}{r_1^{\,3}}$, $S' = \frac{y_1 - y}{\rho^3} - \frac{y_1}{r_1^{\,3}}$, $W' = \frac{z_1 - z}{\rho^3} - \frac{z_1}{r_1^{\,3}}$ zu bilden; setzt man

$$(24.)\qquad \Delta = \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r_1^{\,3}},$$

so ist

$$(25.)\qquad R' = \Delta x_1 - \frac{r}{\rho^3},\quad S' = \Delta y_1,\quad W' = \Delta z_1.$$

Multiplicirt man jede dieser Grössen mit $k^2 m_1$, so sind die störenden Kräfte gefunden.

Um nunmehr die definitiven Gleichungen für die Störungen der Elemente zu erhalten, sind die Werthe

$$R = R'k^2 m_1\,,\quad S = S'k^2 m_1\,,\quad W = W'k^2 m_1$$

in (15) und (18) zu substituiren, wobei zu berücksichtigen ist, dass daselbst

$$R_1 = \frac{\sqrt{p}}{k} R\,,\quad S_1 = \frac{\sqrt{p}}{k} S\,,\quad W_1 = \frac{\sqrt{p}}{k} W$$

gesetzt wurde. Man hat also dort einzuführen:

$$R_1 = k\sqrt{p}\, m_1 R'\,,\quad S_1 = k\sqrt{p}\, m_1 S'\,,\quad W_1 = k\sqrt{p}\, m_1 W'.$$

Setzt man dies ein und erweitert man gleichzeitig mit dem das Intervall der Störungsrechnung bezeichnenden Factor w, so treten Grössen auf von der Form

$$\frac{k}{\sqrt{p}} m_1 w R'\,,\quad \frac{k}{\sqrt{p}} m_1 w S'\,,\quad \frac{k}{\sqrt{p}} m_1 w W',$$

die man abkürzend mit R_0, S_0, W_0 bezeichnet. Da ferner

$$(26a.)\qquad \begin{cases} \mu a = \dfrac{k}{\sqrt{a}}\,,\ \sqrt{\dfrac{p}{a}} = \cos\varphi\,,\ e = \sin\varphi\,,\ de = \cos\varphi\, d\varphi\,,\ 1 - \sqrt{\dfrac{p}{a}} = 2\sin^2\dfrac{1}{2}\varphi\,,\\ \operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\varphi - \dfrac{1}{e} = -\operatorname{ctg}\varphi\,,\ \dfrac{p}{r} - \dfrac{r}{a} = e(\cos v + \cos E) \text{ ist, so ergeben sich aus (15) und (18)} \end{cases}$$

nach Division mit dt folgende Schlussformeln, in denen $w\frac{di}{dt}$ etc. kurz mit δi etc. bezeichnet ist:

$$(26.)\qquad \begin{cases} \delta i = r\cos u\, W_0\\ \delta\Omega = \dfrac{1}{\sin i} r\sin u\, W_0\\ \delta\varphi = a\cos\varphi\sin v\, R_0 + a\cos\varphi(\cos v + \cos E)\, S_0\\ \delta\pi = -p\dfrac{\cos v}{e} R_0 + \dfrac{p + r}{e}\sin v\, S_0 + (1 - \cos i)\,\delta\Omega\\ w\delta\mu = -\dfrac{3kwe}{\sqrt{a}}\sin v R_0 - \dfrac{3kwp}{\sqrt{a}}\dfrac{1}{r} S_0\\ \delta M = -(2r\cos\varphi - p\operatorname{ctg}\varphi\cos v) R_0 - (p + r)\operatorname{ctg}\varphi\sin v S_0 + \int\delta\mu dt. \end{cases}$$

Die Herleitung dieser Formeln schliesst sich, mit einigen Modificationen, den über diesen Gegenstand in früheren Jahren an der hiesigen Universität von Professor Galle gehaltenen, mir zugänglich

gewordenen Vorlesungen an, die sich hauptsächlich auf die Abhandlung von Möbius, Variationum, quas elementa motus perturbati planetarum subeunt, nova et facilis evolutio, gesammelte Werke Bd. IV pag. 325 und die Ausführungen von Encke im Berliner astronomischen Jahrbuch 1837 und 1838 stützen.

3. Umformung der eben entwickelten Methode für den Fall kleiner Excentricitäten.

Dieser für den praktischen Gebrauch äußerst bequemen Methode haften jedoch zwei Mängel an:

1. Bei Bahnen mit kleiner Neigung sind die Störungen in Ω wegen des Factors $\frac{1}{\sin i}$ sehr gross;
2. in gleicher Weise bewirkt das Auftreten von $\frac{1}{e}$ und $ctg\varphi$ in $\delta\pi$ und δM bei nahe kreisförmigen Planetenbahnen ein starkes Anwachsen der Störungswerthe, so dass eine Differenzenprüfung unmöglich oder wenigstens unsicher wird.

Oppolzer erwähnt diese beiden Ausnahmefälle in seinem Lehrbuch det Bahnbestimmungen, Band II pag. 222, und giebt für dieselben geeignete Modifikationen an, jedoch haben seine Formeln für kleine Excentricitäten den Nachteil grosser Unbequemlichkeit für die praktische Berechnung.

Dagegen war es Tietjen gelungen, durch eine glücklich gewählte Umformung eine Methode zu erhalten, welche sowohl bei schwach excentrischen Bahnen die Ansprüche strenger Genauigkeit befriedigt, als auch überhaupt den Rechnungsapparat wesentlich vereinfacht. Diese Methode ist nicht veröffentlicht worden. 1884 theilte Tietjen gelegentlich der Berechnung der Störungen von (122) Gerda die Schlussformeln brieflich meinem Vater mit der Aufforderung mit, sie zur Sicherheit nochmals selbst abzuleiten, eine Aeusserung, die auch darauf schliessen lässt, dass seine Methode nicht publicirt ist. Es ist mir gelungen, diese Methode selbstständig zu entwickeln und ich theile im Folgenden die Ableitung mit.

Man führt in den Formeln (26) statt π den Winkel

$$\omega = \pi - \Omega$$

ein, also

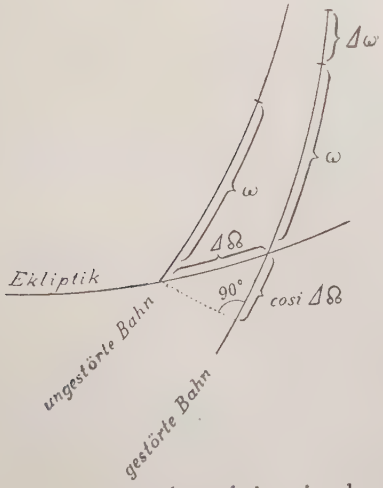
$$\delta\omega = \delta\pi - \delta\Omega,$$

indem im Folgenden wieder $\delta\omega$, $\delta\pi$ etc. für $w\frac{d\omega}{dt}$, $w\frac{d\pi}{dt}$ etc. gesetzt werden mögen. Dann ist

$$\delta\omega = -p\frac{\cos v}{e}R_0 + \frac{p+r}{e}\sin v\, S_0 - \cos i\,\delta\Omega.$$

Diese Gleichung gestaltet man einfacher durch die Definition:

$$(a.)\quad \delta\omega_1 = \delta\omega + \cos i\,\delta\Omega.$$



Hieraus folgt durch Integration nach der Zeit, da i nahezu constant ist:

$$(b.)\quad \Delta\omega_1 = \Delta\omega + \cos i\,\Delta\Omega,$$

oder, wenn ω das ungestörte Perihel ist,

$$\omega + \Delta\omega_1 = \omega + \Delta\omega + \cos i\,\Delta\Omega \text{ oder}$$

$$(c.)\quad \omega_1 = \omega + \Delta\omega + \cos i\,\Delta\Omega.$$

Damit ist ein neuer Winkel ω_1 definirt, dessen Bedeutung aus der Figur sofort ersichtlich ist. — Aus (c) folgt noch eine für das Folgende wichtige Thatsache. Ein Störungssatz wird stets so weit ausgedehnt, dass die zu seinem Beginn geltenden Elemente für seine ganze Dauer als osculirend angenommen werden, d. h.

$$\Delta\omega = \Delta\Omega = 0, \text{ also } \omega_1 = \omega.$$

Man ist somit berechtigt, in den Differentialformeln, die sich später ergeben werden, ω statt ω_1 einzuführen.

Zunächst wird jetzt:

(d.) $$\delta\omega_1 = -\,p\frac{\cos v}{e}R_0 + \frac{p+r}{e}\sin v S_0.$$

Da ferner $\delta e = \cos\varphi\,\delta\varphi$ ist, so folgt aus (26):

(e.) $$\delta e = p\sin v R_0 + p(\cos\bar{v} + \cos E)S_0.$$

Bildet man nun $\delta(e\sin\omega_1)$ und $\delta(e\cos\omega_1)$, so zeigt sich, dass der Factor $\frac{1}{e}$ in $\delta\omega_1$ fortfällt. Es ist

$$\delta(e\sin\omega_1) = \sin\omega_1\,\delta e + e\cos\omega_1\,\delta\omega_1,$$

oder nach der obigen Bemerkung

$$\delta(e\sin\omega_1) = \sin\omega\,\delta e + e\cos\omega\,\delta\omega_1, \text{ und}$$
$$\delta(e\cos\omega_1) = \cos\omega\,\delta e - e\sin\omega\,\delta\omega_1.$$

Hier werden die Werthe aus (d) und (e) eingesetzt; dann ist:

$$\begin{aligned}
\delta(e\sin\omega_1) &= \sin\omega\{pR_0\sin v + p(\cos v + \cos E)S_0\} + \\
&\quad + \cos\omega\{-pR_0\cos v + (p+r)S_0\sin v\} \\
&= pR_0\sin v\sin\omega - pR_0\cos v\cos\omega + p\cos v\sin\omega S_0 \\
&\quad + p\cos E\sin\omega S_0 + (p+r)\sin v\cos\omega S_0 \\
&= -pR_0\cos u + p\cos v\sin\omega S_0 + r\cos v\sin\omega S_0 - \\
&\quad - r\cos v\sin\omega S_0 + p\cos E\sin\omega S_0 + (p+r)\sin v\cos\omega S_0 \\
&= -pR_0\cos u + (p\sin u + r\sin u)S_0 + \sin\omega(p\cos E - r\cos v)S_0 \\
&= -pR_0\cos u + (p+r)S_0\sin u + \sin\omega S_0 \cdot pr\left(\frac{\cos E}{r} - \frac{\cos v}{p}\right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(e\cos\omega_1) &= \cos\omega\{pR_0\sin v + p(\cos v + \cos E)S_0\} - \\
&\quad - \sin\omega\{-p\cos v R_0 + (p+r)\sin v S_0\} \\
&= pR_0\sin v\cos\omega + pR_0\cos v\sin\omega + p\cos v\cos\omega S_0 + \\
&\quad + p\cos E\cos\omega S_0 - (p+r)\sin v\sin\omega S_0 \\
&= pR_0\sin u + p\cos v\cos\omega S_0 + r\cos v\cos\omega S_0 - \\
&\quad - r\cos v\cos\omega S_0 + p\cos E\cos\omega S_0 - (p+r)\sin v\sin\omega S_0 \\
&= pR_0\sin u + (p\cos u + r\cos u)S_0 + \cos\omega(p\cos E - r\cos v)S_0 \\
&= pR_0\sin u + (p+r)S_0\cos u + \cos\omega S_0 \cdot pr\left(\frac{\cos E}{r} - \frac{\cos v}{p}\right).
\end{aligned}$$

Nun ist

$$\frac{p}{r} = 1 + e\cos v, \quad \frac{r}{a} = 1 - e\cos E, \text{ also}$$

$$\frac{\cos E}{r} - \frac{\cos v}{p} = \frac{1}{pe} - \frac{1}{ae} = \frac{a-p}{aep} = \frac{a(1-\cos^2\varphi)}{aep} = \frac{e}{p}, \text{ und somit}$$

(f.) $$\begin{cases} \delta(e\sin\omega_1) = -pR_0\cos u + (p+r)S_0\sin u + e\sin\omega rS_0, \\ \delta(e\cos\omega_1) = +pR_0\sin u + (p+r)S_0\cos u + e\cos\omega rS_0. \end{cases}$$

Damit sind $\delta(e\sin\omega_1)$ und $\delta(e\cos\omega_1)$ durch Gleichungen bestimmt, in denen $\frac{1}{e}$ nicht mehr als Factor auftritt; es kommt nur darauf an, dieselben nach δe und $\delta\omega_1$ zu lösen.

Zu diesem Zweck integrire man die Gleichungen (f) nach der Zeit und setze:

(g.) $$\begin{cases} \int\delta(e\sin\omega_1)\,dt \equiv \Delta(e\sin\omega_1) = n\sin N, \\ \int\delta(e\cos\omega_1)\,dt \equiv \Delta(e\cos\omega_1) = n\cos N. \end{cases}$$

Nun ist, wenn man von einem Elementensystem auf ein anderes übergehen will, für letzteres

$$e'\sin\omega_1 = e\sin\omega + \text{Störung},$$
$$e'\cos\omega_1 = e\cos\omega + \text{Störung},$$

indem zur Unterscheidung die gestörten Elemente mit dem Accent bezeichnet werden mögen. Die Störung, welche anzubringen ist, ist $\Delta (e \sin \omega_1)$ bezw. $\Delta (e \cos \omega_1)$, so dass man nach (g) zu setzen hat:

$$e' \sin \omega_1 = e \sin \omega + n \sin N,$$
$$e' \cos \omega_1 = e \cos \omega + n \cos N.$$

Erweitert man erstens die erste dieser Gleichungen mit $-\cos \omega$, die zweite mit $+\sin \omega$, so folgt durch Addiren

$$e' \sin (\omega_1 - \omega) = n \sin (N - \omega),$$

oder, da nach der Gleichung (c) und der ihr vorangehenden $\omega_1 - \omega = \Delta\omega_1$ ist,

$$(h_1) \qquad e' \sin \Delta\omega_1 = n \sin (N - \omega).$$

Erweitert man zweitens mit $\sin \omega$ bzw. $\cos \omega$ und addirt, so ist

$$(h_2) \qquad e' \cos \Delta\omega_1 = e + n \cos (N - \omega).$$

Aus diesen beiden Gleichungen (h_1) und (h_2) erhält man sofort das für das neue Elementensystem gültige e', sowie $\Delta\omega_1$, und da $\Delta\omega_1 = \Delta\omega + \cos i \Delta\Omega$ nach (b) ist, so ist auch $\Delta\omega$ gefunden.

Der hierbei erreichte Genauigkeitsgrad in der Bestimmung von e' ist bei siebenstelliger Rechnung vollkommen ausreichend. Will man streng verfahren, so quadrire und addire man die Gleichungen (h_1) und (h_2), wodurch

$$e'^2 - e^2 = n^2 + 2ne \cos (N - \omega)$$

sich ergiebt. Nun ist

$$e'^2 - e^2 = \sin^2 \varphi' - \sin^2 \varphi = \sin (\varphi' + \varphi) \sin (\varphi' - \varphi) = \sin (\varphi' + \varphi) \cdot [\varphi' - \varphi] = \sin (\varphi' + \varphi) \cdot \Delta\varphi,$$

also

$$\Delta\varphi = \frac{n^2 + 2ne \cos (N - \omega)}{\sin (\varphi' + \varphi)},$$

wobei φ' erst als fast strenger Näherungswerth auf die oben angegebene Weise zu ermitteln ist.

Mit Hilfe der eben bewiesenen Formeln ist es nunmehr leicht, auch die Aenderung ΔM in bequemer und zweckentsprechender Weise darzustellen.

Es ist nach (26):

$$\Delta M = -\int 2r \cos \varphi R_0 dt + \iint \delta\mu dt^2 + \int p \operatorname{ctg} \varphi \cos v R_0 dt - \int \operatorname{ctg} \varphi \left(\frac{p}{r} + 1\right) r \sin v S_0 dt + \mu (t - t_0).$$

Hierin setze man:

$$(i) \qquad -\int 2r \cos \varphi R_0 dt = \Delta M', \text{ also}$$
$$-2r \cos \varphi R_0 = \delta M'.$$

Aus der Gleichung für $\delta\omega$ folgt:

$$-\cos \varphi \Delta\omega = \int \frac{p}{e} \cos v \cos \varphi R_0 dt - \int \left(\frac{p}{r} + 1\right) \operatorname{ctg} \varphi r \sin v S_0 dt + \cos \varphi \cos i \Delta\Omega,$$

und nach (b) ist

$$-\cos \varphi \Delta\omega_1 = -\cos \varphi \Delta\omega - \cos \varphi \cos i \Delta\Omega.$$

Setzt man hier den eben erhaltenen Werth von $-\cos \varphi \Delta\omega$ ein, so ist

$$-\cos \varphi \Delta\omega_1 = \int p \cos v \operatorname{ctg} \varphi R_0 dt - \int \left(\frac{p}{r} + 1\right) r \operatorname{ctg} \varphi \sin v S_0 dt$$

und damit

$$(k) \qquad \Delta M = \Delta M' - \cos \varphi \Delta\omega_1 + \mu (t - t_0) + \iint \delta\mu dt^2.$$

Es sind also zur Berechnung der Störungen an Stelle der Gleichungen (26) folgende zu verwenden, in denen man die direct aus den Elementen sich ergebenden Coefficienten, wie folgt, bezeichnet:

$$(2) = \frac{1}{\sin i}, \quad (7) = \frac{3kwe}{\sqrt{a}}, \quad (8) = \frac{3kwp}{\sqrt{a}}, \quad (10) = 2 \cos \varphi;$$

(27.)
$$\left\{\begin{array}{l}
\delta i = r\cos u\, W_0\,,\\
\delta\Omega = (2)\, r\sin u\, W_0\,,\\
\delta(e\sin\omega_1) = -pR_0\cos u + (p+r)S_0\sin u + e\sin\omega rS_0\,,\\
\delta(e\cos\omega_1) = pR_0\sin u + (p+r)S_0\cos u + e\cos\omega rS_0\,,\\
w\delta\mu = -(7)\sin v R_0 - (8)\frac{1}{r}S_0\,,\\
\delta M' = -(10)\, r R_0\,;\\
\qquad\text{Nach der Integration ist}\\
e'\sin\Delta\omega_1 = n\sin(N-\omega)\,,\\
e'\cos\Delta\omega_1 = e + n\cos(N-\omega)\,,\\
n\sin N = \Delta(e\sin\omega_1)\sin 1''\,,\\
n\cos N = \Delta(e\cos\omega_1)\sin 1''\,,\\
\Delta\omega = \Delta\omega_1 - \cos i\,\Delta\Omega\,,\\
\Delta M = \Delta M' - \cos\varphi\Delta\omega_1 + \mu(t-t_0) + \iint\delta\mu dt^2.
\end{array}\right.$$

Die Bestimmung der Grösse $e + n\cos(N-\omega)$ ist am zweckmässigsten auf trigonometrischem Wege zu machen, da e und $n\cos(N-\omega)$ sich in ihrer Grösse so erheblich unterscheiden, dass man über die Anzahl der anzusetzenden Decimalen unsicher sein kann. Man verfährt daher folgendermaassen:

$$(1.)\quad n\cos(N-\omega) > 0.$$

Man setzt $\frac{n}{e}\cos(N-\omega) = \operatorname{tg}^2 x$. Dann ist

$$1 + \frac{n}{e}\cos(N-\omega) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}\,,\quad\text{also}$$

$$e + n\cos(N-\omega) = \frac{e}{\cos^2 x}.$$

$$(2.)\quad n\cos(N-\omega) < 0.$$

Man setzt $-\frac{n}{e}\cos(N-\omega) = \sin^2 x$. Dann ist

$$1 + \frac{n}{e}\cos(N-\omega) = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x \text{ oder}$$

$$e + n\cos(N-\omega) = e\cos^2 x.$$

Die Vorzüge dieser Methode liegen nicht nur in ihrer strengen Genauigkeit bei schwach excentrischen Bahnen, sondern auch allgemein bei Bahnen mit beliebiger Excentricität in der erheblichen Zeitersparniss bei praktischer Anwendung gegenüber der gewöhnlichen Methode der Variation der Constanten. Schon die Vergleichung der Formeln (26) mit (27) zeigt, wie erheblich einfacher, weil symmetrischer, die Formeln für die Differentialquotienten bei letzteren sind. Auch die in siebenstelliger Rechnung auszuführende Ableitung von $\Delta\omega$, $\Delta\varphi$ und ΔM wiegt namentlich bei lang ausgedehnten Störungssätzen bei weitem nicht die Zeit und die Mühe auf, die man nach den Formeln (26) auf die directe Bildung der Differentialquotienten verwenden muss.

Das folgende Rechnungsbeispiel ist am besten geeignet, die neue Methode zu erläutern und ihre Kürze gegenüber der Methode der Variation der Konstanten zu zeigen. Es möge nur auf einen Umstand besonders aufmerksam gemacht werden: die numerischen Werte der Differentialquotienten $\delta\pi$ und δM sind bei der Methode der Variation der Constanten bei weitem grösser als bei der von Tietjen gefundenen Methode $\delta(e\sin\omega_1)$ und $\delta(e\cos\omega_1)$.

Variation der Constanten.

(196) Philomela

1898 *Nov* 10.0

M	82°	25′	42.″01	
ω	237	29	48.65	1900.0
Ω	73	19	52.16	1900.0
i	7	16	57.57	
φ	1	11	0.98	
μ	645.″30541			
$\log a$	0.4934940			

Hilfsgrössen

p	0.49331
$km'w : \sqrt{p} = (1)$	1.88531
$\frac{1}{\sin i} = (2)$	0.89700
$a \cos\varphi = (3)$	0.49340
$p : e = (4)$	2.17825
$1 : e = (5)$	1.68494
$tg\frac{1}{2}i = (6)$	8.80376
$3kwe : \sqrt{a} = (7)$	8.38307
$3kwp : \sqrt{a} = (8)$	0.56132
$ptg\frac{1}{2}\varphi = (9)$	8.50728
$2\cos\varphi = (10)$	0.30094
$p\,\mathrm{ctg}\varphi = (12)$	2.17826
$\mathrm{ctg}\varphi = (13)$	1.68495
e	1.85133
$\sqrt{q'}$	0.25120
$\sqrt{q}$	0.24221
J	6° 8.″1
ω'	62 54.0
$\Omega_1 + N'$	247 57.8

1898 Oct. 21	(196)
M	78 50.6
E	80 0.5
$\frac{1}{2}E$	40 0.2
$\sin\frac{1}{2}E$	9.80810
$\cos\frac{1}{2}E$	9.88423
$\sqrt{r}\sin\frac{1}{2}v$	0.05930
$\sqrt{r}\cos\frac{1}{2}v$	0.12644
$\mathrm{tg}\frac{1}{2}v$	9.93286
$\frac{1}{2}v$	40 35.3
$cs\frac{1}{2}v$	9.88048
$\sqrt{r}$	0.24596
v	81 10.6
u	318 40.4
$\sin u$	9.81977 n
r	0.49192
$\cos u$	9.87561
$-(8)\,r^{-1}$	0.06940 n
$-(10)\,r$	0.79286 n
$r\sin u$	0.31169 n
$(2)\,r\sin u$	1.20869 n
$(6)\,r\sin u$	9.11545 n
$r\cos u$	0.36753
$\sin v$	9.99483
$\cos v$	9.18579
$(3)\sin v$	0.48823
$-(7)\sin v$	8.37790 n
$-(4)\cos v$	1.36404 n
$(12)\cos v$	1.36405
Zahl : $(12)\cos v$	+ 23.123
Zahl $-(10)\,r$	− 6.207
Zahl $(12)\cos v - (10)\,r$	+ 16.916
$(12)\cos v - (10)\,r$	1.22830
Zahl $\cos v$	+ 0.1534
Zahl $\cos E$	+ 0.1735
Zahl $\cos v + \cos E$	+ 0.3269
$\cos v + \cos E$	9.51441
$(3)\,(\cos v + \cos E)$	0.00781
Zahl $2 + e\cos v$	+ 2.0032
$2 + e\cos v$	0.30172
$r\sin v$	0.48675
Σ	0.78847
$(5)\,\Sigma$	2.47341
$-(13)\,\Sigma$	2.47342 n
$r\cos u W_0$	9.53855
$(2)\,r\sin u W_0$	0.37971 n
$(3)\sin v R_0$	0.65865
$(3)\,(\cos v + \cos E) S_0$	9.55328 n
$-(4)\cos v\,R_0$	1.53446 n
$(5)\,\Sigma S_0$	2.01888 n
$(6)\,r\sin u W_0$	8.28647
$[(12)\cos v - (10)\,r]\,R_0$	1.39872
$-(13)\,\Sigma\,.\,S_0$	2.01889
$-(7)\sin v R_0$	8.54832 n
$-(8)\,r^{-1} S_0$	9.61487

1898 Oct. 21	24
L_1	201 13.2
$L_1 - (\Omega_1 + N')$	313 15.4
$\sin[L_1 - (\Omega_1 + N')]$	9.86230 n
$\cos[L_1 - (\Omega_1 + N')]$	9.83586
$\sin[\,..\,]\cos J$	9.85981 n
$\mathrm{tg}\lambda'$	0.02395 n
λ'	313 25.3
$cs\lambda'$	9.86112
$\cos\beta'$	9.99869
r_1	0.73663
$\sin\beta'$	8.89116 n
$\lambda' - (v + \omega') = b$	169 20.7
$\sin b$	9.26692
$r_1\cos\beta'$	0.73532
$\cos b$	9.99244 n
y_1	0.00224
Δ	7.65792 n
x_1	0.72776 n
z_1	9.62779 n
ρ	0.93028
Zahl ρ^{-3}	+ 0.001619
Zahl r_1^{-3}	− 6168
Zahl Δ	− 0.004549
Zahl $-r\rho^{-3}$	− 0.005024
Zahl Δx_1	+ 0.024304
Zahl R'	+ 0.019280
R'	8.28511
$(1)\,R' = R_0$	0.17042
S_0	9.54547 n
W_0	9.17102
δi	+ 0.346
$\delta\Omega$	− 2.397
$(3)\sin v R_0$	+ 4.557
$(3)\,(\cos v + \cos E)\,S_0$	− 0.358
$\delta\varphi$	+ 4.199
$-(4)\cos v R_0$	− 34.234
$5\,\Sigma\,.\,S_0$	− 104.445
$(6)\,r\sin u W_0$	− 0.019
$\delta\pi$	− 138.698
$[(12)\cos v - (10)\,r]\,R_0$	+ 25.045
$-(13)\,\Sigma\,.\,S_0$	+ 104.445
δM	+ 129.490
$-(7)\sin v R_0$	− 0.035
$-(8)\,r^{-1} S_0$	+ 0.412
$40\,\delta\mu$	+ 0.377

Gerechnet nach den Formeln (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26a) (26).

Tietjens Modification der Methode der Variation der Constanten.

(196) Philomela

	1898	*Nov*	10.0	
M	82°	25′	42″.01	
ω	237	29	48.65	} 1900.0
Ω	73	19	52.16	
i	7	16	57.57	
φ	1	11	0.98	
μ	645.30541			
$\log a$	0.4934940			

Hilfsgrössen.

p	0.49331
(1)	1.88531
(2)	0.89700
$e \sin \omega$	8.24108_n
$e \cos \omega$	8.04531_n
(7)	8.38307
(8)	0.56132
(10)	0.30094
e	1.85133
$\sqrt{q'}$	0.25120
$\sqrt{q}$	0.24221
J	6 8.1
ω'	62 54.0
$\Omega_1 + N'$	247 57.8

1898 Oct. 21 (196)

M	78 50.6
E	80 0.5
$\frac{1}{2}E$	40 0.2
$\sin \frac{1}{2}E$	9.80810
$\cos \frac{1}{2}E$	9.88423
$\sqrt{r} \sin \frac{1}{2}v$	0.05930
$\sqrt{r} \cos \frac{1}{2}v$	0.12644
$\operatorname{tg} \frac{1}{2}v$	9.93286
$\frac{1}{2}v$	40 35.3
$cs \frac{1}{2}v$	9.88048
$\sqrt{r}$	0.24596
v	81 10.6
u	318 40.4
Zahl: r	+ 3.1040
Zahl: $p + r$	+ 6.2179
$p + r$	0.79364
S_0	9.54547_n
r	0.49192
$\sin u$	9.81977_n
$(p + r) S_0$	0.33911_n
$\cos u$	9.87561
$(p + r) S_0 \sin u$	0.15888
$(p + r) S_0 \cos u$	0.21472_n
$pR_0 \sin u$	0.48350_n
$- pR_0 \cos u$	0.53934_n
rS_0	0.03739_n
$e \sin \omega rS_0$	8.27847
$e \cos \omega rS_0$	8.08270
$\sin v$	9.99483
$-(7) \sin v$	8.37790_n
$-(8) r^{-1}$	0.06940_n
$-(10) r$	0.79286_n
$r \cos u$	0.36753
$r \sin u$	0.31169
$(2) r \sin u$	1.20869_n
$r \cos u W_0$	9.53855
$(2) r \sin u\ W_0$	0.37971_n
$-(7) \sin vR_0$	8.54832_n
$-(8) r^{-1} S_0$	9.61487
$-(10) rR_0$	0.96328_n

1898 Oct. 21 4

L_1	201 13.2
$L_1 - (\Omega_1 + N')$	313 15.4
$\sin [L_1 - (\Omega_1 + N')]$	9.86230_n
$\cos [L_1 - (\Omega_1 + N')]$	9.83586
$\sin [\ldots] \cos J$	9.85981_n
$\operatorname{tg} \lambda'$	0.02395_n
λ'	313 25.3
$cs \lambda'$	9.86112
$\cos \beta'$	9.99869
r_1	0.73663
$\sin \beta'$	8.89116_n
$\lambda' - (v + \omega') = b$	169 20.7
$\sin b$	9.26692
$r_1 \cos \beta'$	0.73532
$\cos b$	9.99244_n
y_1	0.00224
Δ	7.65792_n
x_1	0.72776_n
z_1	9.62779_n
ρ	0.93028
Zahl ρ^{-3}	+ 0.001619
Zahl r_1^{-3}	— 6168
Zahl Δ	— 0.004549
Zahl $-r\rho^{-3}$	— 0.005024
Zahl Δx_1	+ 0.024304
Zahl R'	+ 0.019280
R'	8.28511
R_0	0.17042
S_0	$9,54547_n$
W_0	9.17102
δi	+ 0.346
$\delta \Omega$	— 2.397
$-(7) \sin vR_0$	— 0.035
$-(8) r^{-1} S_0$	+ 0.412
$40\ \delta\mu$	+ 0.377
$\delta M'$	— 9.189
$- pR_0 \cos u$	— 3.462
$(p + r) S_0 \sin u$	+ 1.442
$e \sin \omega rS_0$	+ 0.019
$\delta (e \sin \omega_1)$	— 2.001
$pR_0 \sin u$	— 3.044
$(p + r) S_0 \cos u$	— 1.640
$e \cos \omega rS_0$	+ 0.012
$\delta (e \cos \omega_1)$	— 4.672

Gerechnet nach den Formeln (20) (21) (22) (23) (24) (25) (27).

Im Anschluss hieran möge noch ein Beispiel für die Ableitung von $\Delta\omega$, $\Delta\varphi$ und ΔM gegeben werden.

Störungen von	1898 *Nov* 10.0
bis	1900 *Jan* 24.0
Δi	+ 2″.84
$\Delta\Omega$	— 2″.74
$\Delta M'$	— 1′ 16″.75
$\Delta\mu$	+ 0.″31362
$\Delta(e \sin \omega_1)$	— 44.813
$\Delta(e \cos \omega_1)$	— 67.076

$log\,\Delta(e \sin \omega_1)$	1.6514040 n
$log \sin 1''$	4.6855749
$log\,\Delta(e \cos \omega_1)$	1.8265672 n
$n \sin N$	6.3369789 n
$n \cos N$	6.5121421 n
tgN	9.8248368
N	213 44 47.8
ω	237 29 48.6
$N - \omega$	— 23 45 0.8
csN	9.9198635
$\sin(N - \omega)$	9.6050358 n
n	6.5922786
$\cos(N - \omega)$	9.9615682
$n \cos(N - \omega)$	6.5538468
e	8.3150535
$\sin^2 x \ldots tg^2 x$	8.2387933
$\sin x \ldots tgx$	9.1193966
$\cos x$	9.9962691
$\cos^2 x$	9.9925382
e	8.3150535
$e + n \cos(N - \omega)$	8.3225153
$n \sin(N - \omega)$	6.1973144 n
$tg\Delta\omega_1$	7.8747991 n
$\Delta\omega_1$	— 0 25 46.02
$-\cos i\Delta\Omega$	+ 2.72
$\Delta\omega$	— 0 25 43.30
$cs\Delta\omega_1$	9.9999878
$\sin\varphi'$	8.3225275
φ'	1 12 14.95
$log\Delta\omega_1$	3.1892151 n
$log(-\cos\varphi)$	9.9999058 n
$log(-\cos\varphi\Delta\omega_1)$	3.1891209
$-\cos\varphi\Delta\omega_1$	+ 0 25 45.68
$\Delta M'$	— 1 16.75
$\iint \partial\mu dt^2$	+ 0 55.36
Σ	+ 0 25 24.29
$\mu(t - t_0)$	78 52 14.38
ΔM	79 17 38.67

Bei der Berechnung von $\cos\varphi \,.\, \Delta\omega_1$ wird für φ der Mittelwerth $\frac{1}{2}(\varphi + \varphi')$ angenommen, ebenso $\frac{1}{2}(i + i')$ für i in $\cos i\Delta\Omega$.

Gerechnet nach den Formeln (27).

Im zweiten Theil der vorliegenden Untersuchung folgt eine Anwendung dieser neuen Störungsmethode zur Berechnung der Störungen des Planeten (196) Philomela behufs einer Verbesserung seiner Bahn.

Anm. Die diesem Rechnungsbeispiel zu Grunde gelegten Elemente sind die, welche sich aus der ersten Bahnverbesserung, Theil II, Abschnitt G, ergaben.

II. Theil.

A. Einleitung.

Der 196. Planet der Asteroidengruppe wurde 1879 Mai 17 von Peters in Clinton U. S. entdeckt und erhielt von dem Entdecker den Namen Philomela (J. C. 113, 115)*). Aus drei Beobachtungen Clinton Mai 14, Leipzig Mai 22 und Berlin Juni 14 wurde eine erste Bahn berechnet und die sich ergebenden Elemente

A. 1879 Juni 14.5

M	124	34	3.1	
ω	1	49	32.3	1879.0
Ω	73	9	58.4	
i	7	18	18.3	
φ	1	9	18.2	
μ	655,850			
$\log a$	0.488801			

mit einer Ephemeride in J. C. 115 veröffentlicht.

Die erste genauere Bahn leitete Zinn aus sämmtlichen Beobachtungen der ersten Erscheinung ab und erhielt die schon wesentlich besseren Elemente (J. C. 136)

B. 1879 Juni 13.0

M	209	13	44.9	
ω	278	52	29.3	1880.0
Ω	73	28	29.6	
i	7	16	38.0	
φ	0	18	36.8	
μ	653,837			
$\log a$	0.489692			

Diese Elemente zeigen eine verhältnissmässig gute Uebereinstimmung mit dem folgenden Elementensystem *C*, welches im Berliner Königl. astronomischen Recheninstitut auf Grund von fünf Normalörtern der ersten Erscheinung bestimmt wurde (J. C. 166):

*) J. C. = Circular des Berliner Jahrbuches.

C. 1879 Mai 18.5

M	251	31	58.6	
ω	232	28	32.0	1879.0
Ω	73	23	6.1	
i	7	17	4.5	
φ	0	23	5.4	
μ	650.4025			
$\log a$	0.4912163			

Mit den Elementen C berechnete Maywald die Störungen durch Jupiter von 1879 bis 1881 nach der oben bewiesenen Methode von Tietjen, worauf Tietjen aus drei Normalörtern der ersten und einem der zweiten Erscheinung eine Bahnverbesserung unternahm, welche die Elemente

D. 1881 Sept. 25.0

M	73	56	58.6	
ω	204	55	29.2	1880.0
Ω	73.	20	20.8	
i	7	17	32.0	
φ	0	38	27.7	
μ	645,1529			
$\log a$	0.4935627			

(J. C. 170) ergab. Nachdem Maywald mit diesen Elementen die Störungsrechnungen für Jupiter und Saturn bis 1884 fertig gestellt hatte, verbesserte Tietjen die Bahn nochmals auf Grund der Beobachtungen der Jahre 1879, 1881 und einer Beobachtung 1884 (als Kontrole) und erhielt die Elemente

E. 1884 Febr. 17.0

M	202	57	58.7	
ω	232	32	9.3	1884.0
Ω	73	21	36.0	
i	7	16	16.5	
φ	0	37	51.4	
μ	644,86086			
$\log a$	0.4936937			

Bezüglich der von Tietjen als Kontrole benützten Beobachtung Wien 1884 Febr. 26 ist Folgendes zu bemerken: Die in den Manuscripten des Recheninstitutes angegebene Beobachtung scheint in der Zeit einen Fehler zu enthalten, indem die Publication in A. N. 111_{278} die Zeit um etwa 50 ^{m} abweichend giebt. Da eine Berichtigung eines etwaigen Druckfehlers nicht zu finden war, wurde die Publication in A. N. 111 als richtig angenommen. Diese Annahme hat sich dadurch bestätigt, dass die Beobachtung mit den Nachbarbeobachtungen gut übereinstimmt, wogegen die von Tietjen benützte Beobachtung sich zwar an die Ephemeride ungleich besser anschliesst, aber mit den anderen Beobachtungen im Widerspruch steht.

Von 1884 bis 1887 wurden im Berliner Recheninstitut die Störungen durch Jupiter nach der Methode der Variation der Constanten bestimmt, worauf mein Vater im Auftrag des Recheninstitutes die weitere Bearbeitung des Planeten übernahm und die Störungsrechnungen für Jupiter und Saturn bis 1898 weiterführte.

Die Veröffentlichung der Ephemeriden geschah in den Circularen des Berliner astronomischen Jahrbuches, während das Jahrbuch selbst gleichzeitig die Jahresephemeriden gab. Diese beiden Quellen fielen von 1890 ab fort, so dass die Beobachter lediglich auf die in den Oppositionsdaten gebotenen Anhaltspunkte angewiesen waren. Da gleichzeitig die Neuentdeckungen immer mehr das Interesse von den älteren Planeten ablenkten, so sind in den Jahren nach 1890 verhältnissmässig wenig Beobachtungen gemacht worden.

B. Die Störungen.

Die Bahnverbesserung musste, um genügend sicher zu werden, auch auf die Normalörter der Jahre 1879 und 1881 ausgedehnt werden und somit einen Zeitraum von 18 Jahren umfassen. Damit ergab sich die Nothwendigkeit, die Störungen für den gesammten Lauf des Planeten von 1879 bis 1897 zu berechnen. Als Ausgangselemente wurden die Elemente E gewählt und mit ihnen in vierzigtägigen Intervallen nach der in Theil I auseinandergesetzten Methode die Störungen durch Jupiter und Saturn berechnet, einerseits rückwärts bis 1879, andrerseits vorwärts bis 1887. Die sich für 1887 October 19.0 ergebenden Elemente unterschieden sich von denen, welche mein Vater als Ausgangselemente seiner nach derselben Methode durchgeführten Störungsrechnungen (von 1887 bis 1898) benutzt hatte, fast gar nicht, obwohl bei letzteren die Saturnsstörungen von 1884 bis 1887 nicht berücksichtigt worden waren. Dieselben sind ja an sich schon sehr gering und waren hier um so weniger von Bedeutung, als der Planet sich in den betreffenden Jahren in der Saturnsferne befunden hatte. Es konnte daher von einer Neuberechnung der Störungen von 1887 ab Abstand genommen und die von Herrn Professor Dr. Bauschinger gütigst übersandten Manuscripte dazu benützt werden, die Integrale neu zu bilden und an die Elemente von 1887 Oct. 19.0 anzubringen.

Die Bahn des Planeten hatte in der Jupitersnähe 1882—1883 sehr starke Störungen in ω erlitten, so dass es eine Zeit lang nothwendig war, die Elemente von 80 zu 80 Tagen zu ändern. Die Störung betrug zweimal in diesem Zeitraum von 80 Tagen über 3^0. Es könnte eingewendet werden, dass diese Aenderung nicht mehr differentiell genannt werden kann, doch glaube ich, dass in solchen Fällen der Begriff „Differential“ weniger auf die Aenderung der Elemente als vielmehr auf die durch diese bedingte Aenderung des geocentrischen Ortes des Planeten anzuwenden ist. Nun zeigt die in Theil I entwickelte Formel

$$\Delta M = \Delta M' - \cos\varphi\Delta\omega_1 + \mu(t - t_0) + \int\int\delta\mu dt,$$

dass bei starker Störung in ω das Glied $-\cos\varphi\Delta\omega_1$ das Hauptglied in ΔM wird, d. h. die Störung in M ist nahezu entgegengesetzt gleich der in ω. Daher kann, wie die bekannten Gleichungen aus der Ephemeridenrechnung

$$x = ar\sin(A + v + \omega),$$
$$y = br\sin(B + v + \omega),$$
$$z = cr\sin(C + v + \omega),$$

zeigen, der Ort des Planeten nicht zu stark verändert werden.

In den Jahren 1892—1893 stand Philomela abermals in der Jupitersnähe, doch war hier die Störung in ω unbedeutend, während die Excentricität sehr schnell grösser wurde.

Die im Folgenden gegebene Zusammenstellung der Elemente und der Störungswerthe bedarf keiner weiteren Erklärung.

Störungen durch Jupiter.

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \partial\mu dt^2$
	″	″	″			″	″
1879 Juni 3	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juli 13	+ 0.44	— 4.18	— 4.27	— 6.400	+ 8.163	+ 0.04795	+ 0.96
August 22 . . .	+ 0.94	— 7.84	— 7.57	— 12.285	+ 16.959	+ 0.09738	+ 3.86
October 1	+ 1.47	— 10.91	— 9.86	— 17.554	+ 26.298	+ 0.14780	+ 8.76
November 10 . .	+ 2.04	— 13.35	— 11.10	— 22.122	+ 36.072	+ 0.19878	+ 15.69
December 20 . .	+ 2.62	— 15.14	— 11.24	— 25.935	+ 46.154	+ 0.24978	+ 24.66
1880 Januar 29	+ 3.20	— 16.27	— 10.26	— 28.966	+ 56.393	+ 0.30030	+ 35.66
März 9	+ 3.76	— 16.79	— 8.14	— 31.220	+ 66.635	+ 0.34972	+ 48.67
April 18	+ 4.28	— 16.76	— 4.87	— 32.756	+ 76.722	+ 0.39743	+ 63.62
Mai 28	+ 4.75	— 16.24	— 0.43	— 33.650	+ 86.496	+ 0.44272	+ 80.43
Juli 7	+ 5.16	— 15.37	+ 5.16	— 34.034	+ 95.826	+ 0.48492	+ 98.99
August 16	+ 5.50	— 14.24	+ 11.89	— 34.082	+ 104.590	+ 0.52325	+ 119.17
September 25 . .	+ 5.77	— 13.01	+ 19.73	— 33.999	+ 112.703	+ 0.55688	+ 140.80
September 25 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 4 . .	+ 0.20	+ 1.19	+ 8.90	— 0.031	+ 7.419	+ 0.02803	+ 0.58
December 14 . .	+ 0.33	+ 2.20	+ 18.81	— 0.443	+ 14.155	+ 0.04958	+ 2.05
1881 Januar 23	+ 0.40	+ 2.90	+ 29.62	— 1.537	+ 20.264	+ 0.06362	+ 4.44
März 4	+ 0.42	+ 3.17	+ 41.25	— 3.617	+ 25.874	+ 0.06908	+ 7.13
April 13	+ 0.41	+ 2.92	+ 53.55	— 6.998	+ 31.180	+ 0.06478	+ 9.85
Mai 23	+ 0.38	+ 2.09	+ 68.35	— 11.992	+ 36.449	+ 0.04947	+ 12.17
Mai 23	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juli 2	— 0.03	— 1.42	+ 13.08	— 6.903	+ 5.578	— 0.02762	— 0.51
August 11	— 0.03	— 3.40	+ 26.18	— 15.977	+ 11.891	— 0.06910	— 2.40
September 20 . .	0.00	— 5.86	+ 38.95	— 27.456	+ 19.421	— 0.12588	— 6.24
October 30 . . .	+ 0.08	— 8.66	+ 50.95	— 41.519	+ 28.743	— 0.19970	— 12.69
December 9 . . .	+ 0.21	— 11.60	+ 61.67	— 58.293	+ 40.493	— 0.29230	— 22.47
December 9 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
1882 Januar 28	+ 0.18	— 2.84	+ 8.74	— 19.523	+ 14.860	— 0.11312	— 2.69
Februar 27 . . .	+ 0.40	— 5.28	+ 14.66	— 41.751	+ 33.522	— 0.22338	— 9.34
April 8	+ 0.59	— 7.01	+ 16.67	— 66.549	+ 56.661	— 0.40720	— 22.38
April 8	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Mai 18	+ 0.10	— 0.72	— 3.20	— 27.124	+ 28.205	— 0.18310	— 3.58
Juni 27	0.00	— 2.61	— 13.25	— 56.260	+ 61.877	— 0.39025	— 14.97
Juni 27	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
August 6	— 0.45	+ 1.70	— 18.77	— 30.752	+ 39.186	— 0.22895	— 4.51
September 15 . .	— 1.45	+ 4.57	— 48.36	— 62.704	+ 83.388	— 0.47468	— 18.54
September 15 .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
October 25 . . .	— 1.77	+ 3.13	— 42.38	— 32.836	+ 47.966	— 0.25335	— 5.06
December 4 . . .	— 4.52	+ 5.28	— 99.10	— 66.445	+ 97.608	— 0.50020	— 20.19
December 4 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
1883 Januar 13	— 3.91	— 0.74	— 71.51	— 34.718	+ 48.016	— 0.22175	— 4.56
Februar 22 . . .	— 9.01	— 6.66	— 156.37	— 71.265	+ 90.866	— 0.39642	— 17.11
Februar 22 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
April 3	— 6.09	— 13.22	— 94.22	— 39.265	+ 34.270	— 0.10748	— 2.40
Mai 13	— 12.76	— 34.93	— 191.95	— 82.129	+ 57.844	— 0.13495	— 7.51
Mai 13	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juni 22	— 6.75	— 30.02	— 94.88	— 46.843	+ 12.806	+ 0.05318	+ 0.81
August 1	— 13.02	— 66.50	— 180.70	— 96.982	+ 16.524	+ 0.17615	+ 5.19

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta M'$	$\Delta (e \sin \omega_1)$	$\Delta (e \cos \omega_1)$	$\Delta \mu$	$\iint \delta \mu dt^2$
	"	"	"			"	"
1883 August 1	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
September 10 . .	- 5.40	- 40.30	- 72.96	— 52.072	— 2.436	+ 0.17352	+ 3.35
October 20 . . .	- 9.72	— 81.54	— 131.51	— 104.359	— 8.027	+ 0.37670	+ 14.28
October 20 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 29 . .	— 3.22	- 39.79	44.41	— 50.683	- 6.250	+ 0.21382	+ 4.27
1884 Januar 8	5.44	— 76.34	- 76.14	— 98.329	- 11.576	+ 0.42412	+ 17.05
Februar 17 . . .	— 6.81	— 108.66	97.20	— 141.947	- 15.139	+ 0.62160	+ 38.02
Februar 17 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
März 28	- 0.72	- 27.70	- 12.42	— 39.014	· 1.597	+ 0.17925	+ 3.65
Mai 7	- 0.95	· 50.78	- 18.10	— 73.222	— 1.383	+ 0.33775	+ 14.06
Juni 16	- 0.85	- - 69.51	- 18.63	— 102.690	+ 0.275	+ 0.47498	+ 30.39
Juli 26	- 0.54	- 84.32	— 15.34	— 127.652	+ 2.918	+ 0.59142	+ 51.78
Juli 26	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
September 4 . .	+ 0.43	— 11.37	+ 6.07	— 20.808	+ 3.167	+ 0.09690	+ 2.00
October 14 . . .	+ 0.90	— 19.81	+ 14.06	— 37.903	+ 6.422	+ 0.17568	+ 7.50
November 23 . .	+ 1.35	— 25.82	+ 23.30	— 51.758	+ 9.400	+ 0.23792	+ 15.83
1885 Januar 2	+ 1.75	— 29.87	+ 33.27	— 62.855	+ 11.802	+ 0.28525	+ 26.34
Februar 11 . . .	+ 2.06	— 32.39	+ 43.56	— 71.669	+ 13.408	+ 0.31918	+ 38.47
März 23	+ 2.29	— 33.88	+ 53.83	— 78.655	+ 14.065	+ 0.34112	+ 51.72
Mai 2	+ 2.42	— 34.36	+ 63.83	— 81.246	+ 13.689	+ 0.35260	+ 65.62
Mai 2	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juni 11	+ 0.03	— 0.10	+ 9.51	— 4.594	— 1.418	+ 0.00195	+ 0.06
Juli 21	— 0.04	+ 0.04	+ 18.38	— 8.545	— 3.853	— 0.00438	+ 0.04
August 30	— 0.19	+ 0.22	+ 26.47	— 12.163	— 7.229	— 0.01788	— 0.38
October 9	— 0.40	+ 0.26	+ 33.69	— 15.711	— 11.432	— 0.03760	— 1.46
November 18 . .	— 0.67	+ 0.04	+ 39.96	— 19.405	— 16.311	— 0.06258	— 3.45
December 28 . .	— 0.98	— 0.52	+ 45.23	— 23.410	— 21.707	— 0.09195	— 6.53
1886 Februar 6	— 1.31	— 1.49	+ 49.46	— 27.841	— 27.451	— 0.12490	— 10.86
März 18	— 1.65	— 2.88	+ 52.62	— 32.767	— 33.365	— 0.16068	— 16.56
April 27	— 1.97	— 4.69	+ 54.71	— 38.213	— 39.280	— 0.19855	— 23.74
Juni 6	— 2.28	— 6.89	+ 55.73	— 44.170	— 45.043	— 0.23788	— 32.46
Juli 16	— 2.55	— 9.44	+ 55.69	— 50.591	— 50.521	— 0.27798	— 42.78
Juli 16	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
August 25	— 0.23	— 2.83	— 1.08	— 6.816	— 5.083	— 0.04032	— 0.80
October 4	— 0.42	— 5.87	— 3.17	— 13.931	— 9.687	— 0.08032	— 3.22
November 13 . .	— 0.55	— 9.03	— 6.22	— 21.242	— 13.755	— 0.11942	— 7.22
December 23 . .	— 0.63	— 12.25	— 10.21	— 28.637	— 17.265	— 0.15718	— 12.76
1887 Februar 1	— 0.66	— 15.42	— 15.07	— 36.014	— 20.227	— 0.19315	— 19.77
März 13	— 0.63	— 18.49	— 20.76	— 43.271	— 22.670	— 0.22692	— 28.19
April 22	— 0.56	— 21.38	— 27.20	— 50.319	— 24.648	— 0.25818	— 37.89
Juni 1	— 0.45	— 24.02	— 34.33	— 57.087	— 26.235	— 0.28658	— 48.80
Juli 11	— 0.31	— 26.38	— 42.09	— 63.531	— 27.520	— 0.31180	— 60.78
August 20	— 0.14	— 28.42	— 50.40	— 69.625	— 28.599	— 0.33368	— 73.70
September 29 . .	+ 0.04	— 30.12	— 59.18	— 75.368	— 29.570	— 0.35198	— 87.42
November 8. . .	+ 0.22	— 31.47	— 68.36	— 80.779	— 30.528	— 0.36648	— 101.80
December 18 . .	+ 0.40	— 32.50	— 77.86	— 85.904	— 31.560	— 0.37708	— 116.68
October 19 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 28. .	+ 0.18	— 1.19	— 9.34	— 5.258	— 0.989	— 0.01258	— 0.26
1888 Januar 7	+ 0.36	— 2.06	— 18.96	— 10.260	— 2.091	— 0.02118	— 0.95
Februar 16 . . .	+ 0.52	— 2.64	— 28.76	— 15.074	— 3.373	— 0.02578	— 1.91
März 27	+ 0.66	— 2.98	— 38.68	— 19.788	— 4.884	— 0.02633	— 2.96
Mai 6	+ 0.77	— 3.15	— 48.63	— 24.494	— 6.654	— 0.02278	— 3.96

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \partial\mu dt^2$
	"	"	"			"	"
1888 Mai 6	+ 0.77	— 3.15	— 48.63	— 24.494	— 6.654	— 0.02278	— 3.96
Juni 15	+ 0.84	— 3.18	— 58.53	— 29.293	— 8.687	— 0.01518	— 4.73
Juli 25	+ 0.87	— 3.16	— 68.29	— 34.282	— 10.969	— 0.00360	— 5.11
September 3 . .	+ 0.87	— 3.17	— 77.84	— 39.553	— 13.459	+ 0.01195	— 4.96
October 13 . . .	+ 0.83	— 3.27	— 87.09	— 45.192	— 16.104	+ 0.03128	— 4.11
November 22 . .	+ 0.76	— 3.52	— 95.98	— 51.267	— 18.828	+ 0.05428	— 2.41
1889 Januar. 1	+ 0.66	— 3.98	— 104.42	— 57.831	— 21.539	+ 0.08080	+ 0.27
Januar 1	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Februar 10 . . .	— 0.12	— 0.73	— 7.92	— 7.088	— 2.602	+ 0.02485	+ 0.59
März 22	— 0.25	— 1.77	— 15.25	— 14.712	— 4.991	+ 0.06282	+ 2.43
Mai 1	— 0.38	— 3.15	— 21.91	— 22.835	— 7.053	+ 0.09862	+ 5.66
Juni 10	— 0.51	— 4.88	— 27.86	— 31.485	— 8.686	+ 0.13702	+ 10.35
Juli 20	— 0.62	— 6.95	— 33.02	— 40.539	— 9.794	+ 0.17765	+ 16.64
August 29 . . .	— 0.71	— 9.33	— 37.34	— 49.941	— 10.299	+ 0.22025	+ 24.59
October 8	— 0.76	— 11.99	— 40.76	— 59.594	— 10.135	+ 0.26442	+ 34.29
November 17 . .	— 0.77	— 14.87	— 43.24	— 69.388	— 9.264	+ 0.30978	+ 45.76
December 27 . .	— 0.74	— 17.90	— 44.74	— 79.200	— 7.666	+ 0.35590	+ 59.07
1890 Februar 5	— 0.66	— 21.01	— 45.21	— 88.907	— 5.358	+ 0.40238	+ 74.24
März 17	— 0.53	— 24.10	— 44.60	— 98.387	— 2.382	+ 0.44865	+ 91.26
März 17	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
April 26	+ 0.18	— 2.98	+ 1.66	— 9.143	+ 3.571	+ 0.04558	+ 0.92
Juni 5	+ 0.41	— 5.77	+ 4.41	— 17.844	+ 7.634	+ 0.08985	+ 3.63
Juli 15	+ 0.68	— 8.28	+ 8.28	— 26.026	+ 12.055	+ 0.13222	+ 8.08
August 24	+ 0.98	— 10.40	+ 13.27	— 33.638	+ 16.671	+ 0.17200	+ 14.18
October 3	+ 1.29	— 12.13	+ 19.38	— 40.666	+ 21.300	+ 0.20850	+ 21.79
November 12 . .	+ 1.60	— 13.42	+ 26.58	— 47.132	+ 25.740	+ 0.24095	+ 30.80
December 22 . .	+ 1.88	— 14.28	+ 34.84	— 53.121	+ 29.782	+ 0.26848	+ 41.01
1891 Januar 31	+ 2.11	— 14.75	+ 44.10	— 58.761	+ 33.211	+ 0.29015	+ 52.20
März 12	+ 2.28	— 14.91	+ 54.29	— 64.238	+ 35.820	+ 0.30495	+ 64.13
April 21	+ 2.36	— 14.91	+ 65.35	— 69.805	+ 37.416	+ 0.31170	+ 76.49
Mai 31	+ 2.33	— 14.94	+ 77.14	— 75.770	+ 37.834	+ 0.30928	+ 88.94
Juli 10	+ 2.18	— 15.25	+ 89.52	— 82.512	+ 36.945	+ 0.29635	+ 101.09
Juli 10	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
August 19	— 0.28	— 0.92	+ 12.75	— 7.954	— 2.274	— 0.02485	— 0.46
September 28 . .	— 0.70	— 2.84	+ 25.64	— 17.620	— 5.949	— 0.06322	— 2.16
November 7 . .	— 1.25	— 6.20	+ 38.39	— 29.546	— 10.969	— 0.12680	— 5.72
December 17 . .	— 1.93	— 11.53	+ 50.52	— 44.330	— 17.196	— 0.18745	— 11.74
1892 Januar 26	— 2.71	— 19.40	+ 61.56	— 62.602	— 24.396	— 0.27712	— 20.96
März 6	— 3.55	— 30.46	+ 70.83	— 85.007	— 32.247	— 0.38792	— 34.20
April 15	— 4.37	— 45.37	+ 77.52	— 112.185	— 40.319	— 0.52190	— 52.31
Mai 25	— 5.07	— 64.81	+ 80.57	— 144.724	— 48.103	— 0.68092	— 76.28
Juli 4	— 5.54	— 89.41	+ 78.61	— 183.125	— 55.042	— 0.86652	— 107.14
August 13	— 5.63	— 119.68	+ 69.97	— 227.614	— 60.616	— 1.07928	— 145.96
September 22 . .	— 5.14	— 155.93	+ 52.43	— 278.520	— 64.346	— 1.31800	— 193.83
September 22 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 1 . .	+ 1.29	— 42.20	— 28.24	— 56.771	— 1.625	— 0.26112	— 5.16
December 11 . .	+ 3.55	— 89.49	— 70.36	— 118.389	— 1.505	— 0.53635	— 21.08
1893 Januar 20	+ 6.99	— 140.31	— 128.68	— 183.330	— 0.621	— 0.81258	— 48.09
März 1	+ 11.64	— 192.20	— 204.33	— 249.275	— 1.125	— 1.06985	— 85.85
April 10	+ 17.38	— 241.77	— 296.99	— 313.425	— 6.040	— 1.28305	— 133.09
Mai 20	+ 23.88	— 285.34	— 403.57	— 373.087	— 18.868	— 1.42732	— 187.57
Juni 29	+ 30.57	— 319.85	— 518.14	— 426.423	— 42.876	— 1.47908	— 246.02
August 8	+ 36.84	— 344.05	— 632.90	— 472.947	— 78.522	— 1.43225	— 304.57

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \delta\mu dt^2$
	″	″	″			″	″
1893 August 8 . . .	+ 36.84	— 344.05	— 632.90	— 472.947	— 78.522	— 1.43225	— 304.57
September 17 . .	+ 42.15	— 358.44	— 739.87	— 513.424	— 124.921	— 1.29528	— 359.38
October 27 . . .	+ 46.20	— 365.18	— 833.20	— 549.489	— 178.889	— 1.08905	— 407.25
December 6 . . .	+ 48.96	— 367.03	— 909.63	— 582.964	— 236.268	— 0.83995	— 445.93
December 6 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
1894 Januar 15 . . .	+ 1.64	+ 0.49	— 59.93	— 31.799	— 57.353	+ 0.26790	+ 5.29
Februar 24 . . .	+ 2.40	+ 1.43	— 103.94	— 62.510	— 111.383	+ 0.53525	+ 21.37
April 5	+ 2.55	+ 1.73	— 134.42	— 92.263	— 160.223	+ 0.78905	+ 47.94
Mai 15	+ 2.32	+ 0.91	— 153.68	— 120.848	— 202.945	+ 1.02155	+ 84.25
Juni 24	+ 1.89	— 1.11	— 164.19	— 147.933	— 239.351	+ 1.22902	+ 129.35
August 3	+ 1.38	— 4.16	— 167.93	— 173.193	— 269.727	+ 1.41088	+ 182.24
September 12 . .	+ 0.89	— 7.94	— 166.54	— 196.337	— 294.622	+ 1.56733	+ 241.88
October 22 . . .	+ 0.46	— 12.11	— 161.39	— 217.157	— 314.725	+ 1.70005	+ 307.31
December 1 . . .	+ 0.12	— 16.38	— 153.50	— 235.524	— 330.764	+ 1.81085	+ 377.59
1895 Januar 10	0.12	— 20.48	— 143.76	— 251.392	— 343.465	+ 1.90165	+ 451.90
Februar 19 . . .	— 0.28	— 24.21	— 132.78	— 264.785	— 353.510	+ 1.97445	+ 529.48
März 31	— 0.36	— 27.39	— 121.11	— 275.794	— 361.526	+ 2.03108	+ 609.65
Mai 10	— 0.39	— 29.95	— 109.13	— 284.571	— 368.072	+ 2.07328	+ 691.78
Juni 19	— 0.38	— 31.83	— 97.18	— 291.306	— 373.637	+ 2.10260	+ 775.33
Juli 29	— 0.36	— 33.03	— 85.51	— 296.221	— 378.636	+ 2.12052	+ 859.83
September 7 . .	— 0.34	— 33.59	— 74.32	— 299.557	— 383.411	+ 2.02835	+ 944.84
October 17 . . .	— 0.35	— 33.56	— 63.76	— 301.572	— 388.240	+ 2.12728	+ 1029.98
November 26 . .	— 0.39	— 33.05	— 53.98	— 302.530	— 393.334	+ 2.11838	+ 1114.92
1896 Januar 5	— 0.48	— 32.17	— 45.06	— 302.694	— 398.844	+ 2.10265	+ 1199.36
Februar 14 . . .	— 0.62	— 31.04	— 37.09	— 302.318	— 404.864	+ 2.08108	+ 1283.05
März 25	— 0.82	— 29.78	— 30.12	— 301.642	— 411.433	+ 2.05445	+ 1365.78
Mai 4	— 1.09	— 28.52	— 24.20	— 300.883	— 418.547	+ 2.02360	+ 1447.35
Juni 13	— 1.42	— 27.39	— 19.35	— 300.231	— 426.166	+ 1.98930	+ 1527.62
Juli 23	— 1.80	— 26.49	— 15.58	— 299.844	— 434.215	+ 1.95228	+ 1606.46
September 1 . .	— 2.22	— 25.94	— 12.90	— 299.844	— 442.593	+ 1.91318	+ 1683.78
September 1 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
October 11 . . .	— 0.46	+ 0.12	+ 1.51	— 0.528	— 8.571	— 0.04062	— 0.81
November 20 . .	— 0.94	— 0.26	+ 1.94	— 1.640	— 17.216	— 0.08202	— 3.26
December 30 . .	— 1.44	— 1.16	+ 1.32	— 3.339	— 25.803	— 0.12362	— 7.37
1897 Februar 8	— 1.94	— 2.61	— 0.32	— 5.607	— 34.210	— 0.16490	— 13.14
März 20	— 2.43	— 4.62	— 2.94	— 8.400	— 42.326	— 0.20528	— 20.55
April 29	— 2.89	— 7.17	— 6.49	— 11.649	— 50.051	— 0.24428	— 29.55
Juni 8	— 3.31	— 10.22	— 10.92	— 15.269	— 57.315	— 0.28145	— 40.07
Juli 18	— 3.68	— 13.71	— 16.19	— 19.162	— 64.070	— 0.31642	— 52.03
August 27	— 3.99	— 17.57	— 22.22	— 23.210	— 70.296	— 0.34878	— 65.35
October 6	— 4.24	— 21.73	— 28.93	— 27.304	— 76.002	— 0.37570	— 79.89
November 15 . .	— 4.42	— 26.08	— 36.27	— 31.345	— 81.217	— 0.40435	— 95.56
December 25 . .	— 4.53	— 30.54	— 44.14	— 35.239	— 86.003	— 0.42700	— 112.20
1898 Februar 3	— 4.56	— 35.02	— 52.47	— 38.916	— 90.435	— 0.44592	— 129.67
März 15	— 4.52	— 39.41	— 61.17	— 42.319	— 94.603	— 0.46092	— 147.82
April 24	— 4.40	— 43.64	— 70.17	— 45.422	— 98.616	— 0.47195	— 166.49
Juni 3	— 4.22	— 47.63	— 79.37	— 48.221	— 102.583	— 0.47888	— 185.52
Juli 13	— 3.99	— 51.27	— 88.69	— 50.733	— 106.601	— 0.48168	— 204.75
August 22	— 3.71	— 54.54	— 98.06	— 53.005	— 110.761	— 0.48035	— 224.01
October 1	— 3.39	— 57.39	— 107.37	— 55.099	— 115.141	— 0.47492	— 243.12
November 10 . .	— 3.04	— 59.79	— 116.56	— 57.095	— 119.811	— 0.46548	— 261.94

Störungen durch Saturn.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \delta\mu dt^2$
	″	″	″			″	″
1879 Juni 3	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juli 13	+ 0.02	— 0.20	— 0.64	+ 0.036	+ 0.392	+ 0.00108	+ 0.02
August 22	+ 0.04	— 0.37	— 1.24	+ 0.048	+ 0.823	+ 0.00255	+ 0.09
October 1	+ 0.07	— 0.51	— 1.79	+ 0.048	+ 1.297	+ 0.00440	+ 0.22
November 10 . .	+ 0.09	— 0.62	— 2.27	+ 0.044	+ 1.810	+ 0.00648	+ 0.45
December 20 . .	+ 0.12	— 0.70	— 2.67	+ 0.049	+ 2.360	+ 0.00888	+ 0.75
1880 Januar 29	+ 0.14	— 0.75	— 2.98	+ 0.069	+ 2.939	+ 0.01150	+ 1.16
März 9	+ 0.17	— 0.77	— 3.19	+ 0.109	+ 3.530	+ 0.01428	+ 1.68
April 18	+ 0.19	— 0.77	— 3.30	+ 0.172	+ 4.127	+ 0.01710	+ 2.30
Mai 28	+ 0.21	— 0.75	— 3.30	+ 0.254	+ 4.709	+ 0.01988	+ 3.04
Juli 7	+ 0.22	— 0.72	— 3.20	+ 0.348	+ 5.259	+ 0.02252	+ 3.89
August 16	+ 0.24	— 0.67	— 2.99	+ 0.443	+ 5.768	+ 0.02488	+ 4.84
September 25 . .	+ 0.25	— 0.63	— 2.68	+ 0.521	+ 6.221	+ 0.02690	+ 5.88
September 25 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 4 . .	+ 0.01	+ 0.04	+ 0.40	+ 0.040	+ 0.389	+ 0.00160	+ 0.03
December 14 . .	+ 0.01	+ 0.07	+ 0.88	+ 0.017	+ 0.709	+ 0.00260	+ 0.12
1881 Januar 23	+ 0.01	+ 0.08	+ 1.40	— 0.096	+ 0.961	+ 0.00292	+ 0.23
März 4	+ 0.01	+ 0.07	+ 1.96	— 0.325	+ 1.152	+ 0.00248	+ 0.34
April 13	+ 0.01	+ 0.02	+ 2.51	— 0.695	+ 1.295	+ 0.00115	+ 0.42
Mai 23	+ 0.01	— 0.06	+ 3.02	— 1.225	+ 1.407	— 0.00108	+ 0.42
Mai 23	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juli 2	0.00	— 0.11	+ 0.42	— 0.706	+ 0.099	— 0.00320	— 0.05
August 11	0.00	— 0.27	+ 0.69	— 1.590	+ 0.209	— 0.00733	— 0.26
September 20 . .	0.00	— 0.46	+ 0.77	— 2.646	+ 0.347	— 0.01233	— 0.66
October 30 . . .	+ 0.01	— 0.68	+ 0.59	— 3.852	+ 0.525	— 0.01805	— 1.26
December 9 . . .	+ 0.02	— 0,92	+ 0.11	— 5.175	+ 0.742	— 0.02425	— 2.11
December 9 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
1882 Januar 18	+ 0.02	— 0.25	— 0.83	— 1.392	+ 0.242	— 0.00640	— 0.03
Februar 27 . . .	+ 0.04	— 0.50	— 2.02	— 2.800	+ 0.472	— 0.01252	— 0.51
April 8	+ 0.06	— 0.73	— 3.58	— 4.171	+ 0.642	— 0.01792	— 1.12
April 8	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Mai 18.	+ 0.03	— 0.20	— 1.87	— 1.287	+ 0.042	— 0.00428	— 0.08
Juni 27	+ 0.06	— 0.34	— 3.97	— 2.464	— 0.083	— 0.00692	— 0.32
Juni 27	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
August 6	+ 0.03	— 0.12	— 2.23	— 1.053	— 0.381	— 0.00078	— 0.02
September 15 . .	+ 0.05	— 0.19	— 4.44	— 1.998	— 1.020	+ 0.00045	— 0.03
September 15 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
October 25 . . .	+ 0.02	— 0.04	— 2.08	— 0.861	— 0.887	+ 0.00308	+ 0.05
December 4 . . .	+ 0.04	— 0.05	— 3.92	— 1.663	— 1.976	+ 0.00765	+ 0.26
December 4 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
1883 Januar 13	+ 0.01	0.00	— 1.52	— 0.775	— 1.227	+ 0.00572	+ 0.11
Februar 22 . . .	+ 0.01	0.00	— 2.67	— 1.536	— 2.514	+ 0.01210	+ 0.47
Februar 22 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
April 3	0.00	0.00	— 0.78	— 0.748	— 1.275	+ 0.00662	+ 0.13
Mai 13	0.00	— 0.01	— 1.22	— 1.472	— 2.474	+ 0.01305	+ 0.53
Mai 13	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Juni 22	0.00	— 0.02	— 0.13	— 0.679	— 1.083	+ 0.00592	+ 0.12
August 1	— 0.01	— 0.04	0.00	— 1.289	— 2.021	+ 0.01110	+ 0.46

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \delta\mu dt^2$
	"	"	"			"	"
1883 August 1	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
September 10 . .	0.00	— 0.03	+ 0.33	— 0.520	— 0.799	+ 0.00428	+ 0.08
October 20 . . .	— 0.01	— 0.06	+ 0.80	— 0.928	— 1.439	+ 0.00760	+ 0.34
October 20 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 29 . .	0.00	— 0.03	+ 0.56	— 0.283	— 0.514	+ 0.00240	+ 0.05
1884 Januar 8	0.00	— 0.05	+ 1.18	— 0.433	— 0.924	+ 0.00385	+ 0.18
Februar 17 . . .	0.00	— 0.06	+ 1.80	— 0.451	— 1.256	+ 0.00442	+ 0.35
Februar 17 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
März 28	0.00	0.00	+ 0.60	+ 0.110	— 0.282	— 0.00025	— 0.01
Mai 7	0.00	+ 0.02	+ 1.15	+ 0.335	— 0.539	— 0.00122	— 0.03
Juni 16	0.00	+ 0.06	+ 1.62	+ 0.661	— 0.792	— 0.00282	— 0.11
Juli 26	— 0.01	+ 0.11	+ 2.01	+ 1.070	— 1.059	— 0.00492	— 0.26
Juli 26	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
September 4 . .	0.00	+ 0.07	+ 0.28	+ 0.470	— 0.291	— 0.00250	— 0.05
October 14 . . .	— 0.01	+ 0.15	+ 0.46	+ 0.981	— 0.615	— 0.00530	— 0.20
November 23 . .	— 0.02	+ 0.24	+ 0.52	+ 1.513	— 0.973	— 0.00830	— 0.47
1885 Januar 2	— 0.02	+ 0.33	+ 0.46	+ 2.050	— 1.362	— 0.01140	— 0.87
Februar 11 . . .	— 0.04	+ 0.42	+ 0.29	+ 2.575	— 1.775	— 0.01450	— 1.38
März 23	— 0.05	+ 0.52	+ 0.01	+ 3.077	— 2.202	— 0.01750	— 2.03
Mai 2	— 0.07	+ 0.60	— 0.36	+ 3.549	— 2.633	— 0.02035	— 2.79
Mai 2	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	— 0.00
Juni 11	— 0.02	+ 0.07	— 0.47	+ 0.437	— 0.420	— 0.00260	— 0.06
Juli 21	— 0.04	+ 0.12	— 1.03	+ 0.842	— 0.819	— 0.00488	— 0.20
August 30	— 0.07	+ 0.16	— 1.66	+ 1.217	— 1.183	— 0.00682	— 0.44
October 9	— 0.10	+ 0.16	— 2.35	+ 1.570	— 1.505	— 0.00838	— 0.75
November 18 . .	— 0.13	+ 0.14	— 3.08	+ 1.912	— 1.777	— 0.00948	— 1.10
December 28 . .	— 0.16	+ 0.08	— 3.84	+ 2.253	— 1.995	— 0.01010	— 1.50
1886 Februar 6	— 0.18	0.00	— 4.60	+ 2.606	— 2.160	— 0.01022	— 1.90
März 18	— 0.21	— 0.12	— 5.37	+ 2.980	— 2.278	— 0.00988	— 2.31
April 27	— 0.24	— 0.26	— 6.11	+ 3.390	— 2.352	— 0.00902	— 2.69
Juni 6	— 0.26	— 0.44	— 6.82	+ 3.838	— 2.392	— 0.00772	— 3.02
Juli 16	— 0.29	— 0.64	— 7.48	+ 4.331	— 2.411	— 0.00600	— 3.30
Juli 16	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
August 25	— 0.02	— 0.22	— 0.59	+ 0.538	— 0.008	+ 0.00212	+ 0.04
October 4	— 0.03	— 0.46	— 1.11	+ 1.118	— 0.017	+ 0.00482	+ 0.18
November 13 . .	— 0.04	— 0.71	— 1.53	+ 1.733	— 0.038	+ 0.00733	+ 0.42
December 23 . .	— 0.05	— 0.97	— 1.85	+ 2.373	— 0.079	+ 0.01028	+ 0.77
1887 Februar 1	— 0.05	— 1.22	— 2.07	+ 3.026	— 0.145	+ 0.01335	+ 1.23
März 13	— 0.05	— 1.46	— 2.17	+ 3.675	— 0.236	+ 0.01645	+ 1.83
April 22	— 0.04	— 1.68	— 2.16	+ 4.305	— 0.348	+ 0.01948	+ 2.56
Juni 1	— 0.04	— 1.88	— 2.03	+ 4.901	— 0.474	+ 0.02235	+ 3.39
Juli 11	— 0.03	— 2.04	— 1.79	+ 5.449	— 0.597	+ 0.02490	+ 4.34
August 20 . . .	— 0.02	— 2.18	— 1.45	+ 5.937	— 0.700	+ 0.02712	+ 5.38
September 29 . .	— 0.01	— 2.27	— 1.01	+ 6.358	— 0.761	+ 0.02885	+ 6.50
November 8 . .	0.00	— 2.32	— 0.49	+ 6.708	— 0.755	+ 0.02998	+ 7.68
December 18 . .	0.00	— 2.34	+ 0.08	+ 6.993	— 0.657	+ 0.03040	+ 8.89
October 19 . . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 28 . .	+ 0.01	— 0.03	+ 0.55	+ 0.311	+ 0.058	+ 0.00075	+ 0.02
1888 Januar 7	+ 0.01	— 0.03	+ 1.14	+ 0.560	+ 0.225	+ 0.00075	+ 0.05
Februar 16 . . .	0.00	— 0.01	+ 1.74	+ 0.758	+ 0.524	— 0.00012	+ 0.06
März 27	— 0.02	+ 0.03	+ 2.33	+ 0.919	+ 0.976	— 0.00188	+ 0.02
Mai 6	— 0.05	+ 0.07	+ 2.85	+ 1.064	+ 1.597	— 0.00408	— 0.08

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \delta\mu dt^2$
	"	"	"			"	"
1888 Mai 6	— 0.05	+ 0.07	+ 2.85	+ 1.064	+ 1.597	— 0.00408	— 0.08
Juni 15	— 0.09	+ 0.09	+ 3.25	+ 1.218	+ 2.395	— 0.00822	— 0.35
Juli 25	— 0.15	+ 0.06	+ 3.50	+ 1.399	+ 3.368	— 0.01275	— 0.76
September 3 . .	— 0.23	— 0.05	+ 3.53	+ 1.624	+ 4.502	— 0.01812	— 1.38
October 13 . . .	— 0.32	— 0.29	+ 3.29	+ 1.900	+ 5.769	— 0.02415	— 2.22
November 22 . .	— 0.42	— 0.67	+ 2.74	+ 2.215	+ 7.134	— 0.03050	— 3.32
1889 Januar 1	— 0.54	— 1.23	+ 1.80	+ 2.544	+ 8.553	— 0.03698	— 4.67
Januar 1	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
Februar 10 . . .	— 0.12	— 0.77	— 1.26	+ 0.324	+ 1.408	— 0.00608	— 0.12
März 22	— 0.24	— 1.76	— 2.85	+ 0.588	+ 2.766	— 0.01138	— 0.47
Mai 1	— 0.36	— 2.94	— 4.73	+ 0.722	+ 4.036	— 0.01540	— 1.02
Juni 10	— 0.46	— 4.31	— 6.82	+ 0.661	+ 5.198	— 0.01788	— 1.69
Juli 20	— 0.54	— 5.80	— 9.01	+ 0.364	+ 6.249	— 0.01852	— 2.42
August 29	— 0.60	— 7.35	— 11.16	— 0.185	+ 7.201	— 0.01730	— 3.14
October 8	— 0.63	— 8.88	— 13.16	— 0.967	+ 8.079	— 0.01438	— 3.79
November 17 . .	— 0.64	— 10.32	— 14.91	— 1.939	+ 8.911	— 0.00770	— 4.27
December 27 . .	— 0.62	— 11.61	— 16.34	— 3.033	+ 9.719	— 0.00452	— 4.56
1890 Februar 5	— 0.59	— 12.73	— 17.42	— 4.183	+ 10.514	+ 0.00150	— 4.62
März 17	— 0.55	— 13.66	— 18.18	— 5.324	+ 11.296	+ 0.00765	— 4.44
März 17	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
April 26	+ 0.04	— 0.74	— 0.45	— 1.077	+ 0.759	+ 0.00592	+ 0.11
Juni 5	+ 0.09	— 1.31	— 0.62	— 2.041	+ 1.478	+ 0.01148	+ 0.47
Juli 15	+ 0.14	— 1.74	— 0.55	— 2.866	+ 2.131	+ 0.01640	+ 1.02
August 24	+ 0.18	— 2.03	— 0.28	— 3.556	+ 2.686	+ 0.02050	+ 1.77
October 3	+ 0.21	— 2.21	+ 0.12	— 4.117	+ 3.126	+ 0.02370	+ 2.66
November 12 . .	+ 0.23	— 2.31	+ 0.61	— 4.569	+ 3.442	+ 0.02598	+ 3.66
December 22 . .	+ 0.24	— 2.35	+ 1.15	— 4.931	+ 3.623	+ 0.02738	+ 4.72
1891 Januar 31	+ 0.25	— 2.36	+ 1.70	— 5.231	+ 3.672	+ 0.02790	+ 5.83
März 12	+ 0.25	— 2.36	+ 2.23	— 5.491	+ 3.597	+ 0.02768	+ 6.94
April 21	+ 0.24	— 2.36	+ 2.71	— 5.737	+ 3.413	+ 0.02675	+ 8.03
Mai 31	+ 0.23	— 2.38	+ 3.12	— 5.986	+ 3.135	+ 0.02525	+ 9.08
Juli 10	+ 0.21	— 2.42	+ 3.44	— 6.248	+ 2.783	+ 0.02330	+ 10.05
Juli 10	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
August 19	— 0.02	— 0.07	+ 0.23	— 0.292	— 0.410	— 0.00226	— 0.05
September 28 . .	— 0.04	— 0.17	+ 0.36	— 0.608	— 0.863	— 0.00482	— 0.19
November 7 . .	— 0.06	— 0.30	+ 0.37	— 0.944	— 1.334	— 0.00758	— 0.44
December 17 . .	— 0.09	— 0.47	+ 0.25	— 1.295	— 1.799	— 0.01028	— 0.79
1892 Januar 26	— 0.10	— 0.67	+ 0.01	— 1.659	— 2.243	— 0.01295	— 1.26
März 6	— 0.11	— 0.89	— 0.33	— 2.026	— 2.662	— 0.01548	— 1.82
April 15	— 0.13	— 1.14	— 0.75	— 2.380	— 3.049	— 0.01775	— 2.49
Mai 25	— 0.14	— 1.40	— 1.25	— 2.711	— 3.406	— 0.01970	— 3.24
Juli 4	— 0.14	— 1.67	— 1.81	— 3.008	— 3.737	— 0.01135	— 4.06
August 13	— 0.14	— 1.94	— 2.42	— 3.264	— 4.051	— 0.02262	— 4.94
September 22 . .	— 0.14	— 2.21	— 3.06	— 3.473	— 4.355	— 0.02350	— 5.87
September 22 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
November 1 . .	+ 0.01	— 0.26	— 0.66	— 0.160	— 0.305	— 0.00042	— 0.01
December 11 . .	+ 0.02	— 0.51	— 1.32	— 0.271	— 0.622	— 0.00042	— 0.03
1893 Januar 20	+ 0.04	— 0.74	— 1.97	— 0.338	— 0.960	+ 0.00002	— 0.03
März 1	+ 0.05	— 0.95	— 2.60	— 0.368	— 1.327	+ 0.00090	— 0.02
April 10	+ 0.07	— 1.13	— 3.19	— 0.367	— 1.730	+ 0.00215	+ 0.04
Mai 20	+ 0.10	— 1.28	— 3.73	— 0.348	— 2.168	+ 0.00372	+ 0.16
Juni 29	+ 0.12	— 1.40	— 4.21	— 0.322	— 2.641	+ 0.00562	+ 0.34
August 8	+ 0.14	— 1.49	— 4.63	— 0.303	— 3.146	+ 0.00778	+ 0.61

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \delta\mu dt^2$
	″	″	″			″	″
1893 August 8	+ 0.14	— 1.49	— 4.63	— 0.303	— 3.146	+ 0.00778	+ 0.61
September 17 . .	+ 0.17	— 1.55	— 4.98	— 0.299	— 3.680	+ 0.01012	+ 0.97
October 27 . . .	+ 0.19	— 1.59	— 5.25	— 0.317	— 4.234	+ 0.01262	+ 1.42
December 6 . . .	+ 0.22	— 1.60	— 5.43	— 0.360	— 4.795	+ 0.01520	+ 1.98
December 6 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
1894 Januar 15	+ 0.02	+ 0.01	— 0.09	— 0.067	— 0.554	+ 0.00258	+ 0.05
Februar 24 . . .	+ 0.04	+ 0.03	— 0.08	— 0.151	— 1.093	+ 0.00510	+ 0.21
April 5	+ 0.05	+ 0.06	+ 0.03	— 0.244	— 1.602	+ 0.00748	+ 0.46
Mai 15	+ 0.07	+ 0.10	+ 0.23	— 0.337	— 2.072	+ 0.00960	+ 0.80
Juni 24	+ 0.08	+ 0.14	+ 0.52	— 0.410	— 2.488	+ 0.01142	+ 1.22
August 3	+ 0.08	+ 0.18	+ 0.91	— 0.443	— 2.834	+ 0.01275	+ 1.71
September 12 . .	+ 0.08	+ 0.20	+ 1.36	— 0.412	— 3.115	+ 0.01355	+ 2.24
October 22 . . .	+ 0.08	+ 0.21	+ 1.85	— 0.304	— 3.336	+ 0.01380	+ 2.78
December 1 . . .	+ 0.08	+ 0.20	+ 2.36	— 0.099	— 3.502	+ 0.01340	+ 3.33
1895 Januar 10	+ 0.08	+ 0.16	+ 2.86	+ 0.225	— 3.623	+ 0.01228	+ 3.84
Februar 19 . . .	+ 0.08	+ 0.09	+ 3.32	+ 0.684	— 3.710	+ 0.01040	+ 4.30
März 31	+ 0.08	— 0.02	+ 3.69	+ 1.286	— 3.782	+ 0.00775	+ 4.66
Mai 10	+ 0.08	— 0.16	+ 3.95	+ 2.029	— 3.856	+ 0.00435	+ 4.91
Juni 19	+ 0.08	— 0.33	+ 4.04	+ 2.904	— 3.947	+ 0.00030	+ 5.01
Juli 29	+ 0.08	— 0.53	+ 3.92	+ 3.892	— 4.064	— 0.00428	+ 4.93
September 7 . .	+ 0.09	— 0.75	+ 3.56	+ 4.964	— 4.208	— 0.00920	+ 4.66
October 17 . . .	+ 0.10	— 0.98	+ 2.93	+ 6.081	— 4.367	— 0.01418	+ 4.19
November 26 . .	+ 0.12	— 1.21	+ 2.02	+ 7.200	— 4.516	— 0.01890	+ 3.53
1896 Januar 5	+ 0.14	— 1.43	+ 0.84	+ 8.277	— 4.617	— 0.02302	+ 2.69
Februar 14 . . .	+ 0.16	— 1.63	— 0.57	+ 9.275	— 4.626	— 0.02628	+ 1.69
März 25	+ 0.19	— 1.80	— 2.13	+ 10.169	— 4.498	— 0.02828	+ 0.60
Mai 4	+ 0.22	— 1.93	— 3.79	+ 10.953	— 4.198	— 0.02882	— 0.54
Juni 13	+ 0.24	— 2.02	— 5.43	+ 11.638	— 3.710	— 0.02788	— 1.68
Juli 23	+ 0.26	— 2.07	— 6.94	+ 12.238	— 3.041	— 0.02555	— 2.75
September 1 . .	+ 0.28	— 2.09	— 8.22	+ 12.771	— 2.243	— 0.02220	— 3.72
September 1 . .	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
October 11 . . .	+ 0.01	0.00	— 0.99	+ 0.483	+ 0.875	+ 0.00415	+ 0.08
November 20 . .	+ 0.02	0.00	— 1.70	+ 0.936	+ 1.777	+ 0.00862	+ 0.33
December 30 . .	+ 0.03	+ 0.01	— 2.14	+ 1.373	+ 2.659	+ 0.01320	+ 0.77
1897 Februar 8	+ 0.04	+ 0.02	— 2.35	+ 1.802	+ 3.482	+ 0.01760	+ 1.38
März 20	+ 0.04	+ 0.03	— 2.36	+ 2.215	+ 4.217	+ 0.02170	+ 2.17
April 29	+ 0.04	+ 0.03	— 2.19	+ 2.579	+ 4.846	+ 0.02528	+ 3.11
Juni 8	+ 0.04	+ 0.03	— 1.90	+ 2.870	+ 5.363	+ 0.02800	+ 4.19
Juli 18	+ 0.04	+ 0.03	— 1.52	+ 3.062	+ 5.771	+ 0.02992	+ 5.35
August 27	+ 0.04	+ 0.03	— 1.09	+ 3.147	+ 6.082	+ 0.03108	+ 6.57
October 6	+ 0.04	+ 0.03	— 0.65	+ 3.127	+ 6.319	+ 0.03148	+ 7.82
November 15 . .	+ 0.04	+ 0.03	— 0.23	+ 3.008	+ 6.506	+ 0.03120	+ 9.08
December 25 . .	+ 0.04	+ 0.03	+ 0.14	+ 2.806	+ 6.663	+ 0.03032	+ 10.31
1898 Februar 3	+ 0.04	+ 0.04	+ 0.45	+ 2.529	+ 6.807	+ 0.02895	+ 11.49
März 15	+ 0.04	+ 0.06	+ 0.68	+ 2.183	+ 6.956	+ 0.02722	+ 12.62
April 24	+ 0.04	+ 0.09	+ 0.83	+ 1.780	+ 7.119	+ 0.02518	+ 13.67
Juni 3	+ 0.03	+ 0.13	+ 0.89	+ 1.345	+ 7.301	+ 0.02295	+ 14.63
Juli 13	+ 0.03	+ 0.17	+ 0.85	+ 0.898	+ 7.504	+ 0.02062	+ 15.50
August 22	+ 0.03	+ 0.22	+ 0.72	+ 0.450	+ 7.725	+ 0.01828	+ 16.28
October 1	+ 0.02	+ 0.27	+ 0.50	+ 0.015	+ 7.958	+ 0.01598	+ 16.96
November 10 . .	+ 0.02	+ 0.32	+ 0.20	— 0.399	+ 8.196	+ 0.01380	+ 17.56

Elemente von (196) Philomela.

Ep.	M	ω	Ω	i	φ	μ	log a	Aequinoctium
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	″		
1879 Juni 3.0	282 33 44.71	204 42 54.80	73 23 51.34	7 17 6.04	0 36 54.21	645.64285	0.4933428	
1880 Sept. 25.0	6 31 44.43	206 53 1.35	73 23 37.70	7 17 12.06	0 35 21.64	646.22663	0.4930812	
1881 Mai 23.0	48 50 35.59	207 40 26.68	73 23 39.73	7 17 12.45	0 34 54.10	646.27503	0.4930594	
1881 Dec. 9.0	82 41 23.54	209 44 43.71	73 23 27.21	7 17 12.68	0 34 48.42	645.95848	0.4932014	
1882 April 8.0	101 44 18.88	212 13 41.11	73 23 19.47	7 17 13.33	0 34 35.71	645.53336	0.4933920	
1882 Juni 27.0	113 46 20.10	214 31 51.04	73 23 18.90	7 17 13.39	0 34 16.43	645.13626	0.4935701	
1882 Sept. 15.0	125 15 44.31	217 21 22.52	73 23 23.28	7 17 11.99	0 33 47.71	644.66204	0.4937830	1880.0
1882 Dec. 4.0	136 20 7.71	220 34 25.23	73 23 28.51	7 17 7.50	0 33 16.27	644.16951	0.4940042	
1883 Febr. 22.0	147 20 10.83	223 50 27.15	73 23 21.85	7 16 58.51	0 32 59.73	643.78519	0.4941770	
1883 Mai 13.0	158 45 37.71	226 40 39.07	73 22 46.91	7 16 45.74	0 33 20.15	643 66326	0.4942320	
1883 Aug. 1.0	170 50 59.63	228 51 40.55	73 21 40.36	7 16 32.71	0 34 23.19	643.85051	0.4941478	
1883 Oct. 20.0	183 28 11.87	230 32 21.52	73 20 18.75	7 16 22.98	0 35 49.64	644.23484	0.4939750	
1884 Febr. 17.0	202 57 58.68	232 31 54.11	73 18 30.03	7 16 16.16	0 37 51.38	644.86086	0.4936937	
1884 Juli 26.0	229 44 29.38	234 27 3.30	73 17 5.82	7 16 15.62	0 39 32.02	645.44736	0.4934304	
1885 Mai 2.0	278 39 38.41	235 47 16.70	73 24 17.90	7 16 18.82	0 40 31.90	645.77941	0.4932816	
1886 Juli 16.0	357 58 12.54	235 23 1.11	73 24 7.82	7 16 15.98	0 41 39.98	645.49543	0.4934090	
1887 Oct. 19.0	80 4 3.73	235 43 58.84	73 23 34.68	7 16 16.11	0 42 56.43	645.16521	0.4935572	
1889 Jan. 1.0	158 26 49.45	236 10 44.09	73 23 29.47	7 16 16.23	0 43 49.52	645.20903	0.4935375	
1890 März 17.0	235 56 10.72	237 33 56.71	73 22 51.71	7 16 15.15	0 45 11.51	645.66533	0.4933328	1890.0
1891 Juli 10.0	320 24 3.94	239 15 5.00	73 22 34.04	7 16 17.54	0 46 6.31	645.98498	0.4931895	
1892 Sept. 22.0	37 42 39.86	240 53 49.58	73 19 55.90	7 16 12.26	0 50 45.00	644.64348	0.4937914	
1893 Dec. 6.0	114 58 59.31	242 8 20.45	73 13 4.727	7 17 1.44	1 1 12.74	643.81873	0.4941620	
1895 Febr 19.0	196 29 18.00	239 27 5.54	73 21 9.07	7 17 2.01	1 7 57.78	645.80358	0.4932708	
1896 Sept. 1.0	297 52 5.54	238 34 14.40	73 21 5.16	7 17 0.36	1 9 2.62	645.70971	0.4933130	
1897 Juli 18.0	355 48 45.08	238 0 30.74	73 20 51.48	7 16 56.72	1 9 46.97	645.42321	0.4934414	1900.0
1898 Nov. 10.0	82 8 19.18	237 42 26.13	73 20 5.69	7 16 57.34	1 10 50.40	645.25803	0.4935156	

C. Die Beobachtungen des Planeten.

In der im Folgenden gegebenen Zusammenstellung der Beobachtungen sind die Beobachtungszeiten auf mittlere Berliner Zeit reducirt und mit Berücksichtigung der Aberrationszeit in Theilen des Tages ausgedrückt.

M. Z. Berlin	*	α app.	Par.	δ app.	Par.
		h m s	s	° ′ ″	″
Algier. Beobachter: Trépied. B. A. I, 185.					
1884 März 14.49724	1	9 57 4.50	+0.07	+23 6 44.6	+1.0
16.45612	1	9 56 56.41	+0.02	+23 9 8.0	+0.9
21.52349	2	9 53 20.32	+0.13	+23 12 40.5	+1.1
22.38792	3	9 52 57.31	−0.05	+23 12 53.5	+0.9
Berlin. Beobachter: Knorre. A. N. 117.177.					
1884 März 14.34237	4	9 57 10.08	−0.08	+23 6 31.8	+2.0

Anmerkung: Die Bezeichnung der Quellen ist die allgemein übliche: A. N. = Astronomische Nachrichten, B. A. = Bulletin Astronomique, C. R. = Comptes Rendus.

M. Z. Berlin		*	α app.	Par.	δ app.	Par.
			h m s	s	° ′ ″	″
Düsseldorf. Beobachter: R. Luther. A. N. 111.102.						
1884 März	3.35855	5	10 4 39.07	−0.12	+22 41 32.6	+2.2
Padua. Beobachter: Abetti. A. N. 109.117.						
1884 März	16.52673	1	9 55 54.35	+0.12	+23 9 16.4	+1.7
	17.54286	1	9 55 20.70	+0.14	—	
	17.54286	2	9 55 20.91	+0.14	—	
	18.43562	3	9 54 52.52	+0.03	—	
	18.43562	1	9 54 52.41	+0.03	—	
	19.33929	3	9 54 24.51	−0.08	+23 11 42.7	+1.5
	19.33929	1	9 54 24.42	−0.08	+23 11 38.9	+1.5
	26.36487	3	9 51 21.14	−0.03	+23 12 25.0	+1.4
	27.36266	3	9 51 0.36	−0.03	+23 11 55.3	+1.4
April	1.33665	3	9 49 36.01	−0.04	+23 7 17.5	+1.4
	2.35053	3	9 49 22.04	−0.02	+23 5 52.8	+1.4
	3.41616	3	9 49 10.30	+0.06	+23 4 20.7	+1.4
	4.35159	3	9 49 0.85	−0.01	+23 2 49.7	+1.4
	12.34175	6	9 48 27.41	−0.01	+22 45 29.6	+1.3
	29.37786	7	9 51 51.17	+0.08	+21 44 47.6	+1.4
Paris. Beobachter: Renan. C. R. 98.1307, B. A. I, 332.						
1884 März	5.48097	Meridianbeobachtungen	10 3 4.82	—	+22 47 51.1	Parallaxe bereits angebracht
	17.44245		9 55 24.05	—	+23 10 0.2	
	18.43931		9 54 52.24	—	+23 11 5.8	
	19.43617		9 54 21.39	—	+23 11 42.8	
	20.43306		9 53 51.84	—	+23 12 17.3	
	24.42071		9 52 5.56	—	+23 13 0.2	
	25.41765		9 51 42.28	—	+23 12 48.5	
	28.40856		9 50 39.56	—	+23 11 17.9	
	29.40558		9 50 21.21	—	+23 10 23.7	
Paris. Beobachter: Bigourdan. B. A. I, 184.						
1884 März	12.46974	1	9 58 18.95	+0.03	+23 3 36.0	+1.7
	13.42783	1	9 57 43.39	−0.03	+23 5 10.3	+1.7
	14.47974	1	9 57 5.07	+0.03	+23 6 44.0	+1.7
April	23.40909	8	9 49 58.85	+0.07	+22 9 23.6	+1.6
	24.39902	9	9 50 14.38	+0.06	+22 5 30.9	+1.5
	25.38850	9	9 45 25.31	+0.06	+22 1 21.4	+1.5
Wien. Beobachter: Oppenheim. A. N. 111.278.						
1884 Februar	26.44309	10	10 9 14.42	−0.03	+22 20 39.8	+1.8
	28.41307	11	10 7 41.53	−0.06	+22 28 8.2	+1.8
März	15.38491	1	9 56 33.31	−0.03	+23 7 56.8	+1.7
	20.36675	3	9 53 53.85	−0.03	+23 12 15.9	+1.6
Algier. Beobachter: Trépied. B. A. II, 425.						
1885 Mai	15.47104	12	14 59 44.92	−0.03	−12 24 49.5	+3.2
	16.43274	12	14 58 58.42	−0.08	−12 23 35.6	+3.1
	19.44170	13	14 56 36.79	−0.05	−12 20 7.3	+3.1
Berlin. Beobachter: Knorre. A. N. 117.177.						
1885 Mai	13.50661	14	15 1 20.03	+0.04	−12 27 29.1	+3.8
	15.46559	13	14 59 45.04	0.00	−12 24 51.3	+3.8

M. Z. Berlin	*	α app.	Par.	δ app.	Par.
		Nizza. Beobachter: Charlois. B. A. II, 276.			
		h m s	s	° ′ ″	″
1885 Mai 9.43227	15	15 4 40.23	−0.09	−12 33 25.0	+3.5
9.48748	15	15 4 37.39	−0.02	−12 33 20.8	+3.5
10.50657	15	15 3 47.19	+0.01	−12 31 49.2	+3.5
11.41730	15	15 3 2.53	+0.10	−12 30 28.0	+3.5
14.48132	15	15 0 32.72	0.00	−12 26 8.8	+3.5
		Palermo. Beobachter: Zona.*)			
1885 Mai 21.43014	16	14 55 5.60	−0.02	−12 18 5.9	+3.2
22.39081	16	14 54 22.25	−0.07	−12 17 22.3	+3.2
		Paris. Beobachter: Puiseux. C. R. 101.459.			
1885 Mai 9.51362	Meridianbeob.	15 4 36.45	—	−12 33 13,5	Parallaxe angebracht
11.50701		15 2 58.12	—	−12 30 13.0	
12.50372		15 2 9.29	—	−12 28 48.5	
15.49382		14 59 43.68	—	−12 24 46.9	
16.49053		14 58 56.02	—	−12 23 28.5	
		Rom. Beobachter: Millosevich. A. N. 114.109.			
1885 Mai 22.46472	13	14 54 18.68	+0.03	−12 17 4.7	+3.3
		Wien. Beobachter: Oppenheim. A. N. 114.339.			
1885 Mai 10.46529	15	15 3 49.67	−0.01	−12 31 51.9	+3.6
		Rom. Beobachter: Millosevich. A. N. 116.105.			
1886 Juli 26.46458	17	21 3 18.92	−0.08	−26 5 3.3	+3.8
		Pulkowa. Beobachter: Seraphimoff. A. N. 133.123 u. 136.78.			
1892 September 15.48414	18	23 44 49.60	+0.04	−13 15 7.8	+4.0
16.41535	19	23 44 6.79	−0.04	−13 19 4.0	+4.0
23.40111	20	23 38 49.12	−0.02	−13 45 42.7	+4.0
23.49550	20	23 38 44.91	+0.07	−13 46 0.3	+4.0
24.40342	20	23 38 4.56	−0.01	−13 49 1.0	+4.0
		Toulouse. Beobachter: Cosserat. B. A. XI. 258.			
1893 November 28.46163	21	4 45 44.44	−0.09	+21 55 46.1	+1.6
29.42460	21	4 44 51.49	−0.13	+21 56 2.3	+1.7
December 1.47236	21	4 43 0.71	−0.05	+21 56 41.6	+1.6
		Toulouse. Beobachter: Rossard. B. A. XI. 355.			
1893 December 1.49254	21	4 42 59.79	−0.05	+21 56 41.8	+1.6
		Rom. Beobachter: Millosevich. A. N. 138.359.			
1895 Februar 19.44007	22	10 13 52.84	−0.08	+21 54 22.1	+1.5
		Pola. Beobachter: v. Benko. A. N. 145.83.			
1895 März 1.46372	Merid.	10 5 51.16	—	+22 35 41.5	+1.5

*) Im Abzug der A. N. übersendet.

M. Z. Berlin	*	α app.	Par.	δ app	Par.
			Toulouse. Beobachter: Rossard. B. A. XVI. 331.		
		h m s	s	° ′ ″	″
1897 Juli	21.57948	23	21 6 35.06	+0.02	−25 46 14.3	+4.0
	22.57895	23	21 5 49.82	+0.02	−25 51 21.1	+4.0
	23.53889	23	21 5 5.94	−0.03	−25 56 11.0	+4.0
			Pola. Beobachter: v. Benko. A. N. 146.187.		
1897 August	7.47728	Merid.	20 53 0.02	—	−27 3 15.3	+4.1

Anmerkung: In B. A. I, 184, ist irrthümlich bei den Beobachtungen des Planeten März 23, 24, 25 statt April 23, 24, 25 angegeben; die Angabe des Datums bei den betreffenden Vergleichsternen ist dagegen richtig.

D. Die Vergleichsterne.

Die Beobachtungen des Planeten waren fast sämmtlich auf die Sternpositionen älterer Sternkataloge bezogen. Die betreffenden Sternörter wurden deshalb, so weit es möglich war, durch die Angaben neuerer Kataloge ersetzt, da letztere ausser der grösseren Genauigkeit noch den Vortheil bieten, dass eine etwa vorhandene Eigenbewegung keinen nachtheiligen Einfluss ausüben kann. Die nachstehende Uebersicht giebt die in der Arbeit benutzten, von den Publicationen abweichenden Autoritäten an:

1. $\frac{1}{2}$ [A. G. Berlin B. 3920 + Kü. Mer. 329] statt W_2 9h 1197, Ll. 19 649,
2. $\frac{1}{3}$ [2 A. G. Berlin B. 3894 + Anschl. a. A. G. Berl. B. 3888] statt DM + 23° 2165,
3. A. G. Berlin B 3888 = W_2 9h 1066.67, Ll. 19486,
5. A. G. Berlin B 3935 = B. Z. 453,
6. A. G. Berlin B 3863 = W_2 9h 950, 1, 2,
7. A. G. Berlin B 3893 = W_2 9h 1095,
8. Meridianbeobachtung zu Paris = DM + 22° 2144,
9. A. G. Berlin B 3866 = W_2 9h 984, 5, 6,
11. A. G. Berlin B 3976 = B. B. VI. 2197,
12. M_1 10 888 = W_1 14h 1066,
13. Kü. Mer. 449 = Schj. 5344,
15. M_1 11 001 = $Lam._5$ 1753 u. A. N. 27.20,
16. $\frac{1}{2}$ (M_1 10 772 + Paris 18 452) = W_1 14h 956,
21. A. G. Berlin B 1542 = W^2 4h 982,
23. G. C. Cord. 20963 = C. D. 15 293.

Es wurden hierbei einige Druckfehler gefunden, nämlich:

A. N. 111.278: B. B. VI. 22° 2202, nicht 2022,
B. A. XI, 355: W_2 982, nicht 985,
A. N. 138.359: B. B. VI. 22° 2206, nicht 21° 2206.

Im Folgenden sind die Vergleichsterne auf Grund der oben erwähnten Autoritäten zusammengestellt. Die Reduction auf den Anfang des Beobachtungsjahres erfolgte mit Struves Constanten der Präcession nach den Hilfstafeln in A. N. $107._{299}$, $118._{249}$, $134._{83}$, $139._{87}$.

*	Ep.	α			δ			Autorität
		h	m	s	°	′	″	
1	1884.0	9	58	8.18	+ 23	7	52.6	½ (A. G. Berlin B 3920 + Kü. Mer. 329)
2	1884.0	9	58	5.15	+ 23	13	47.3	⅓ (2 A. G. Berlin B 3894 + Anschl. an 3)
3	1884.0	9	51	36.90	+ 23	12	59.4	A. G. Berlin B 3888
4	1884.0	9	58	8.15	+ 23	7	52.5	Kü. Mer. 329
5	1884.0	10	1	1.46	+ 22	40	34.3	A. G. Berlin B 3935
6	1884.0	9	46	33.65	+ 22	40	4.2	A. G. Berlin B 3863
7	1884.0	9	53	0.49	+ 21	52	27.9	A. G. Berlin B 3893
8	1884.0	9	49	44.00	+ 22	10	54.6	Meridianbeob. zu Paris
9	1884.0	9	47	57.59	+ 21	59	57.6	A. G. Berlin B 3866
10	1884.0	10	12	17.51	+ 22	20	50.6	B. B. VI. 22⁰ 2202
11	1884.0	10	10	35.32	+ 22	29	29.7	A. G. Berlin B 3976
12	1885.0	14	58	9.75	— 12	26	3.4	M_1 10888
13	1885.0	14	56	50.31	— 12	24	17.6	Kü. Mer. 449
14	1885.0	15	0	15.80	— 12	27	37.9	Kü. Mer. 450
15	1885.0	15	3	34.77	— 12	32	17.0	M_1 11001
16	1885.0	14	52	25.11	— 12	18	23.6	½ (M_1 10772 + Paris 18452)
17	1886.0	21	2	29.62	— 26	4	7.7	C. Z. C. 21h 53
18	1892.8	23	43	47.96	— 13	13	35.8	1. Pulk. Mer.
19	1892.8	23	44	17.30	— 13	21	15.1	Anschluss an *
*	1892.8	23	45	21.49	— 13	25	17.6	1. Pulk. Mer.
20	1892.8	23	38	35.79	— 13	47	18.9	1. Pulk. Mer.
21	1893.0	4	45	57.12	+ 21	55	15.8	A. G. Berlin B 1542
22	1895.0	10	13	47.77	+ 21	49	18.2	B. B. VI. 22⁰ 2206
23	1897.0	21	6	2.02	— 25	48	2.5	G. C. C. 29063

An dieser Stelle erlaube ich mir, Herrn Dr. W. Luther meinen verbindlichsten Dank auszusprechen für die freundliche Uebersendung der den Vergleichstern 8 betreffenden Notiz in den Annales de l'observatoire de Paris, von der ich keine Kenntniss hatte.

E. Ephemeriden für die Erscheinungen 1884 bis 1897.

Die zur Bildung der Normalörter verwendeten Ephemeriden sind aus den aus den Störungsrechnungen sich ergebenden Elementen in siebenstelliger Rechnung abgeleitet. Die hierbei nothwendige Reduction der Elemente auf das Aequinoctium des betreffenden Jahres geschah mittelst der Formeln

$$d\omega = h \sin(\Omega + H) \frac{1}{\sin i},$$
$$d\Omega = p - h \operatorname{ctg} i \sin(\Omega + H),$$
$$di = h \cos(\Omega + H).$$

Hierbei ist nach Struve und Peters

	p	H	log h
1880	50″.2592	6⁰ 30.′2	9.67856
1890	50.2615	6 24.6	9.67850
1900	50.2638	6 19.1	9.67844
1910	50.2661	6 13.6	9.67838

Zur Bestimmung der Aberrationszeit wurde die neue Aberrationsconstante benutzt, so dass

$$\log(\text{Aberrationszeit i. Sec.}) = \log \Delta + 2.69769$$

ist.

Es sei noch bemerkt, dass für die Erscheinung 1886 keine Ephemeride berechnet worden ist, da nur eine einzige Beobachtung aus diesem Jahr vorliegt.

Ephemeride für die Erscheinung 1884.

M. Z. Berlin		α			δ			log Δ	Ab.-Zt.	
		h	m	s	°	′	″		m	s
1884 Februar	24.5	10	10	49.51	+22	12	38.0	0.33788	18	5
	25.5		10	1.25	22	16	46.0	0.33830	18	7
	26.5		9	13.26	22	20	46.3	0.33878	18	8
	27.5		8	25.58	22	24	38.7	0.33932	18	9
	28.5		7	38.27	22	28	23.0	0.33991	18	10
	29.5		6	51.39	22	31	59.0	0.34055	18	12
März	1.5		6	4.98	22	35	26.4	0.34126	18	14
	2.5		5	19.09	22	38	45.2	0.34201	18	16
	3.5		4	33.77	22	41	55.1	0.34282	18	18
	4.5		3	49.08	22	44	56.1	0.34368	18	20
	5.5		3	5.06	22	47	48.2	0.34459	18	22
	6.5		2	21.75	22	50	31.2	0.34555	18	25
	7.5		1	39.20	22	53	4.9	0.34656	18	27
	8.5		0	57.44	22	55	29.4	0.34762	18	30
	9.5	10	0	16.51	22	57	44.7	0.34872	18	33
	10.5	9	59	36.45	22	59	50.7	0.34988	18	36
	11.5		58	57.31	23	1	47.4	0.35107	18	39
	12.5		58	19.11	23	3	34.6	0.35231	18	42
	13.5		57	41.87	23	5	12.5	0.35360	18	45
	14.5		57	5.63	23	6	40.9	0.35492	18	49
	15.5		56	30.43	23	8	0.0	0.35629	18	52
	16.5		55	56.29	23	9	9.7	0.35770	18	56
	17.5		55	23.25	23	10	10.0	0.35914	19	0
	18.5		54	51.33	23	11	0.9	0.36062	19	4
	19.5		54	20.57	23	11	42.6	0.36214	19	8
	20.5		53	50.98	23	12	15.0	0.36370	19	12
	21.5		53	22.58	23	12	38.2	0.36528	19	16
	22.5		52	55.40	23	12	52.2	0.36690	19	20
	23.5		52	29.45	23	12	57.0	0.36856	19	25
	24.5		52	4.76	23	12	52.8	0.37024	19	29
	25.5		51	41.35	23	12	39.6	0.37195	19	34
	26.5		51	19.23	23	12	17.5	0.37369	19	39
	27.5		50	58.43	23	11	46.6	0.37546	19	44
	28.5		50	38.95	23	11	6.9	0.37726	19	49
	29.5		50	20.79	23	10	18.5	0.37907	19	53
	30.5		50	3.97	23	9	21.6	0.38091	19	58
	31.5		49	48.51	23	8	16.3	0.38278	20	4
April	1.5		49	34.40	23	7	2.7	0.38466	20	9
	2.5		49	21.65	23	5	40.9	0.38657	20	14
	3.5		49	10.26	23	4	11.1	0.38849	20	20
	4.5		49	0.23	23	2	33.3	0.39043	20	25
	5.5		48	51.56	23	0	47.6	0.39239	20	30
	6.5		48	44.25	22	58	54.2	0.39436	20	36
	7.5		48	38.28	22	56	53.3	0.39634	20	42
	8.5		48	33.65	22	54	45.0	0.39835	20	48
	9.5		48	30.36	22	52	29.3	0.40036	20	53
	10.5		48	28.41	22	50	6.3	0.40238	20	59
	11.5		48	27.79	22	47	36.2	0.40442	21	5
	12.5		48	28.49	22	44	59.1	0.40646	21	11
	13.5		48	30.50	22	42	15.1	0.40852	21	17
	14.5		48	33.82	22	39	24.4	0.41058	21	23

M. Z. Berlin		α			δ			log Δ	Ab.-Zt.	
		h	m	s	°	′	″		m	s
1884 April	15.5	9	48	38.45	+ 22	36	27.0	0.41265	21	29
	16.5		48	44.38	22	33	22.9	0.41472	21	35
	17.5		48	51.59	22	30	12.3	0.41681	21	42
	18.5		49	0.07	22	26	55.4	0.41890	21	48
	19.5		49	9.82	22	23	32.2	0.42099	21	54
	20.5		49	20.82	22	20	2.8	0.42308	22	1
	21.5		49	33.07	22	16	27.2	0.42518	22	7
	22.5		49	46.56	22	12	45.6	0.42728	22	13
	23.5		50	1.28	22	8	58.0	0.42939	22	20
	24.5		50	17.22	22	5	4.6	0.43149	22	26
	25.5		50	34.36	22	1	5.4	0.43359	22	33
	26.5		50	52.69	21	57	0.6	0.43570	22	40
	27.5		51	12.20	21	52	50.3	0.43780	22	46
	28.5		51	32.88	21	48	34.6	0.43990	22	53
	29.5		51	54.71	21	44	13.5	0.44199	22	59
	30.5		52	17.67	21	39	47.1	0.44409	23	6
Mai	1.5	9	52	41.76	+ 21	35	15.5	0.44618	23	13

Ephemeride für die Erscheinung 1885.

Mai	7.5	15	6	14.35	− 12	36	12.0	0.32232	17	27
	8.5		5	25.05	12	34	38.2	0.32226	17	27
	9.5		4	35.72	12	33	6.0	0.32226	17	27
	10.5		3	46.43	12	31	35.4	0.32232	17	27
	11.5		2	57.23	12	30	6.8	0.32244	17	28
	12.5		2	8.16	12	28	40.4	0.32262	17	28
	13.5		1	19.28	12	27	16.4	0.32285	17	28
	14.5	15	0	30.65	12	25	54.8	0.32315	17	29
	15.5	14	59	42.30	12	24	36.0	0.32350	17	30
	16.5		58	54.30	12	23	20.0	0.32391	17	31
	17.5		58	6.69	12	22	6.9	0.32438	17	32
	18.5		57	19.52	12	20	57.1	0.32490	17	33
	19.5		56	32.83	12	19	50.6	0.32548	17	35
	20.5		55	46.67	12	18	47.6	0.32611	17	36
	21.5		55	1.08	12	17	48.1	0.32680	17	38
	22.5		54	16.11	12	16	52.5	0.32754	17	40
	23.5	14	53	31.80	− 12	16	0.7	0.32834	17	42

Ephemeride für die Erscheinung 1892.

1892 September	13.5	23	45	59.14	− 13	8	41.3	0.31949	17	20
	14.5		45	13.56	13	13	7.1	0.31959	17	20
	15.5		44	27.85	13	17	27.4	0.31976	17	21
	16.5		43	42.07	13	21	41.8	0.31998	17	21
	17.5		42	56.29	13	25	49.9	0.32026	17	22
	18.5		42	10.55	13	29	51.6	0.32059	17	23
	19.5		41	24.89	13	33	46.5	0.32099	17	24
	20.5		40	39.37	13	37	34.4	0.32144	17	25
	21.5		39	54.05	13	41	15.0	0.32195	17	26
	22.5		39	8.97	13	44	48.0	0.32252	17	28
	23.5		38	24.17	13	48	13.3	0.32315	17	29
	24.5		37	39.72	13	51	30.5	0.32384	17	31
	25.5		36	55.67	13	54	39.4	0.32457	17	33
	26.5	23	36	12.08	− 13	57	39.7	0.32536	17	35

M. Z. Berlin		α			δ			log Δ	Ab. Zt.	
		h	m	s	°	′	″		m	s
Ephemeride für die Erscheinung 1893.										
1893 November	26.5	4	47	8.46	+21	53	42.1	0.33513	17	58
	27.5		46	14.88	21	54	4.3	0.33481	17	58
	28.5		45	20.97	21	54	25.1	0.33455	17	57
	29.5		44	26.79	21	54	44.7	0.33435	17	57
	30.5		43	32.39	21	55	3.2	0.33422	17	56
December	1.5		42	37.82	21	55	20.6	0.33415	17	56
	2.5		41	43.15	21	55	36.8	0.33414	17	56
	3.5	4	40	48.45	+21	55	52.0	0.33419	17	56
Ephemeride für die Erscheinung 1895.										
1895 Februar	17.5	10	15	7.70	+21	46	38.4	0.34146	18	14
	18.5		14	19.09	21	51	29.2	0.34150	18	14
	19.5		13	30.39	21	56	14.1	0.34160	18	15
	20.5		12	41.65	22	0	52.8	0.34176	18	15
	21.5	10	11	52.92	+22	5	24.9	0.34198	18	16
	27.5	10	7	3.97	+22	30	6.2	0.34448	18	22
	28.5		6	16.88	22	33	45.7	0.34510	18	24
März	1.5		5	30.24	22	37	16.8	0.34577	18	25
	2.5		4	44.11	22	40	39.5	0.34650	18	27
	3.5	10	3	58.52	+22	43	53.7	0.34728	18	29
Ephemeride für die Erscheinung 1897.										
1897 Juli	19.5	21	7	37.78	−25	36	58.7	0.31486	17	9
	20.5		6	54.03	25	42	8.4	0.31420	17	8
	21.5		6	9.55	25	47	16.1	0.31360	17	6
	22.5		5	24.38	25	52	21.5	0.31306	17	5
	23.5		4	38.56	25	57	24.3	0.31257	17	4
	24.5		3	52.15	26	2	24.3	0.31214	17	3
	25.5	21	3	5.19	−26	7	21.1	0.31177	17	2
August	5.5	20	54	7.80	−26	56	49.8	0.31156	17	2
	6.5		53	18.51	27	0	45.9	0.31189	17	2
	7.5		52	29.39	27	4	35.4	0.31228	17	3
	8.5		51	40.50	27	8	18.1	0.31273	17	4
	9.5	20	50	51.89	−27	11	53.8	0.31323	17	5

F. Zusammenstellung der Grössen Δα und Δδ und Bildung der Normalörter.

Die im Folgenden gegebene Uebersicht enthält die Abweichungen der Beobachtungen von den Ephemeriden im Sinne „Beobachtung — Rechnung“ in chronologischer Reihenfolge. Durch die Striche ist angegeben, welche Beobachtungen je zu einem Normalort vereinigt wurden.

Nr.	M. Z. Berlin		Beobachtungsort	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
				s	″
1	1884 Februar	26.44309	Wien	— 1.59	+ 8.8
2		28.41307	=	— 0.90	+ 6.2
3	März	3.35855	Düsseldorf	— 1.19	+ 6.1
4		5.48097	Paris Meridian	— 1.07	+ 6.1
5	1884 März	12.46974	Paris Refr.	— 1.27	+ 6.2
6		13.42783	= =	— 1.16	+ 6.2
7		14.34237	Berlin	— 1.27	+ 6.2
8		14.47974	Paris Refr.	— 1.25	+ 6.2
9		14.49724	Algier	— 1.16	+ 4.9
10		15.38491	Wien	— 1.15	+ 7.1
11		16.45612	Algier	— 1.33	+ 2.1
12		16.52673	Padua	— 0.92	+ 6.7
13		17.44245	Paris Meridian	— 1.07	(— 6.6)
14		17.54286	Padua	— 1.02	—
15		17.54286	=	— 0.81	—
16		18.43562	=	— 0.80	—
17		18.43562	=	— 0.91	—
18		18.43931	Paris Meridian	— 0.99	+ 7.7
19		19.33929	Padua	— 1.01	+ 7.7
20		19.33929	=	— 1.10	+ 3.9
21		19.43617	Paris Meridian	— 1.11	+ 2.6
22	1884 März	20.36675	Wien	— 1.03	+ 6.3
23		20.43306	Paris Meridian	— 1.08	+ 4.2
24		21.52349	Algier	— 1.48	+ 3.0
25		22.38792	=	— 1.12	+ 3.3
26		24.42071	Paris Meridian	— 1.11	+ 6.7
27		25.41765	= =	— 0.95	+ 7.5
28		26.36487	Padua	— 1.03	+ 5.4
29		27.36266	=	— 0.88	+ 5.3
30		28.40856	Paris Meridian	— 1.12	+ 7.0
31		29.40558	= =	— 1.24	+ 0.3
32	April	1.33665	Padua	— 0.64	+ 3.6
33		2.35053	=	— 1.45	+ 0.6
34		3.41616	=	— 0.80	+ 3.2
35		4.35159	=	— 0.79	+ 2.8
36		12.34175	=	(— 0.89)	(+ 6.5)
37		23.40909	Paris Refr.	— 0.97	+ 6.3
38		24.39902	= =	— 1.12	+ 4.0
39		25.38850	= =	(— 307.02)	(— 9.5)
40		29.37786	Padua	— 0.73	+ 3.3
41	1885 Mai	9.43227	Nizza	+ 1.08	— 9.3
42		9.48748	=	+ 1.03	— 10.2
43		9.51362	Paris Meridian	+ 1.40	— 8.7
44		10.46529	Wien	+ 1.52	— 9.8
45		10.50657	Nizza	+ 1.09	— 10.9
46		11.41730	=	+ 1.34	— 10.5
47		11.50701	Paris Meridian	+ 1.23	— 6.8
48		12.50372	= =	+ 1.31	— 8.4
49		13.50661	Berlin	+ 1.11	— 9.4
50		14.48132	Nizza	+ 1.16	— 9.0
51		15.46559	Berlin	+ 1.08	— 8.8
52		15.47104	Algier	+ 1.19	— 8.1
53		15.49382	Paris Meridian	+ 1.08	— 10.4
54		16.43274	Algier	+ 0.82	— 7.5

Nr.	M. Z. Berlin		Beobachtungsort	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
				s	"
55	1885 Mai	16.49053	Paris Meridian	+ 1.27	— 7.8
56		19.44170	Algier	+ 1.20	— 9.8
57		21.43014	Palermo	+ 1.33	— 10.6
58		22.39081	"	+ 1.19	(— 20.7)
59		22.46472	Rom Coll. Rom.	+ 1.02	— 7.0
60	1886 Juli	26.46470	Rom Coll. Rom.	(—)	(—)
61	1892 September	15.48414	Pulkowa	(+ 21.06)	(+ 139.5)
62		16.41535	"	(+ 20.80)	(+ 140.5)
63		23.40111	"	+ 20.52	+ 134.7
64		23.49550	"	+ 20.61	+ 136.1
65		24.40342	"	+ 20.55	+ 134.8
66	1893 November	28.46163	Toulouse	+ 21.31	+ 83.4
67		29.42460	"	+ 20.48	+ 80.7
68	December	1.47236	"	+ 21.33	+ 83.1
69		1.49254	"	+ 21.51	+ 82.9
70	1895 Februar	19.44007	Rom Coll. R.	+ 19.45	— 93.6
71	März	1.46372	Pola Meridian	(+ 19.24)	(— 86.3)
72	1897 Juli	21.57948	Toulouse	+ 29.10	+ 90.2
73		22.57895	"	+ 29.06	+ 88.4
74		23.53889	"	+ 29.14	+ 89.0
75	August	7.47728	Pola Meridian	(+ 29.52)	(+ 79.1)

Es zeigte sich, dass eine Anzahl von Beobachtungen bei der Bildung der Normalörter ausgeschlossen werden musste, was in der obigen Zusammenstellung durch Einklammern der Werthe $\Delta\alpha$ bezw. $\Delta\delta$ bezeichnet ist:

1. Paris 1884 März 17 (Decl.), Paris 1884 April 25 (AR.) und (Decl.), Palermo 1885 Mai 22 (Decl.) wegen Nichtübereinstimmung mit den Nachbarbeobachtungen.

2. Padua 1884 April 12, Pola 1895 März 1, Pola 1897 August 7, da sie von den anderen Beobachtungen zu weit entfernt liegen, um mit ihnen zu einem Normalort vereinigt werden zu können.

3. Pulkowa 1892, September 15 und 16, da sie von den anderen zu weit entfernt liegen und wegen Nebel nicht viel Zutrauen verdienen.

4. Rom 1886 Juli 26 konnte als einzige Beobachtung des Jahres 1886 nicht als Normalort verwendet werden, da keine Controle durch andere Beobachtungen möglich ist.

Hieraus ergab sich durch Bildung der Mittelwerthe:

			s	"
1884 März	1.5	$\Delta\alpha$ = —	1.13	$\Delta\delta$ = + 6.5
1884 März	16.5	$\Delta\alpha$ = —	1.08	$\Delta\delta$ = + 5.6
1884 März	27.5	$\Delta\alpha$ = —	1.05	$\Delta\delta$ = + 4.2
1884 April	25.5	$\Delta\alpha$ = —	0.94	$\Delta\delta$ = + 4.5
1885 Mai	14.5	$\Delta\alpha$ = +	1.18	$\Delta\delta$ = — 9.1
1892 September	24.0	$\Delta\alpha$ = +	20.56	$\Delta\delta$ = + 135.2
1893 November	30.0	$\Delta\alpha$ = +	21.16	$\Delta\delta$ = + 82.5
1895 Februar	19.5	$\Delta\alpha$ = +	19.45	$\Delta\delta$ = — 93.6
1897 Juli	22.5	$\Delta\alpha$ = +	29.10	$\Delta\delta$ = + 89.2

Mit Hinzunahme der Normalörter der Jahre 1879 und 1881 (aus den Manuscripten des Berliner Astronomischen Recheninstitutes) liegen demnach der Bahnverbesserung folgende Normalörter zu Grunde:

Nr.			Aeq.	α			δ			Gew.
				°	′	″	°	′	″	
1	1879 Mai	18.5	1879.0	184	1	34.2	+ 6	43	29.1	6.5
2	1879 Juni	9.5	1879.0	184	40	27.9	+ 5	13	15.2	4
3	1879 Juli	8.5	1879.0	188	39	45.0	+ 2	6	38.9	3
4	1881 September	23.5	1881.0	354	38	37.0	− 13	47	9.3	7
5	1881 October	18.5	1881.0	350	50	49.9	− 14	25	28.6	5
6	1884 März	1.5	1884.0	151	30	43.8	+ 22	35	42.6	3.5
7	1884 März	16.5	1884.0	148	58	32.9	+ 23	9	25.5	14.5
8	1884 März	27.5	1884.0	147	44	4.5	+ 23	12	1.4	14
9	1884 April	25.5	1884.0	147	38	2.5	+ 22	1	21.7	3
10	1885 Mai	14.5	1885.0	225	7	38.2	− 12	26	5.5	13.5
11	1892 September	24.0	1892.0	354	35	11.0	− 13	47	47.2	3
12	1893 November	30.0	1893.0	71	4	29.9	+ 21	56	3.5	4
13	1895 Februar	19.5	1895.0	153	27	14.2	+ 21	54	39.9	1
14	1897 Juli	22.5	1897.0	316	27	35.4	− 25	51	1.1	3

G. Die Bahnverbesserung.

Die Bahnverbesserung ist nach der von Tietjen im Berliner Jahrbuch 1878 angegebenen Methode ausgeführt und die Richtigkeit der numerischen Werthe durch durchweg doppelt geführte Rechnung controlirt worden.

Die hierbei benutzten Elemente sind folgende:

Ep	1879 Juni 3.0	1881 Septbr. 20.0	1881 October 10.0	1884 März 8.0
M	282° 33′ 44.″71	69 23 19.26	72 46 11.16	206 15 54.46
ω	204 42 51.09	208 40 58.99	208 53 37.05	232 49 18.94
Ω	73 23 4.76	73 24 19.99	73 24 18.51	73 21 21.52
i	7 17 5.96	7 17 12.53	7 17 12.56	7 16 16.07
	79.0	81.0	81.0	84.0
φ	0 36 54.21	0 34 51.36	0 34 50.46	0 38 8.04
μ	645.″64285	646.13683	646.09938	644.97546
log *a*	0.4933428	0.4931214	0.4931382	0.4936422

Ep	1884 März 28.0	1884 April 17.0	1885 Mai 2.0	1892 Septbr. 22.0
M	209 34 39.36	212 54 13.65	278 39 38.41	37 42 39.86
ω	233 5 42.45	233 21 19.25	235 46 58.16	240 53 56.99
Ω	73 21 8.25	73 20 56.16	73 20 24.98	73 21 29.09
i	7 16 15.77	7 16 15.61	7 16 18.40	7 16 12.43
	84.0	84.0	85.0	92.0
φ	0 38 23.51	0 38 37.74	0 40 31.90	0 50 45.00
μ	645.03986	645.12134	645.77941	644.64348
log *a*	0.4936134	0.4935768	0.4932816	0.4937914

Ep	1893 Decbr. 6.0	1895 Februar 19.0	1897 Juli 18.0
M	114 58 59.31	196 29 18.00	355 48 45.08
ω	242 8 31.57	239 26 47.04	238 0 19.64
Ω	73 16 7.02	73 17 16.11	73 18 31.70
i	7 17 1.70	7 17 1.67	7 16 56.46
	93.0	95.0	97.0
φ	1 1 12.74	1 7 57.78	1 9 46.97
μ	643.81873	645.80358	645.42321
log *a*	0.4941620	0.4932708	0.4934414

Zunächst ergaben sich für die Grössen dG*) die Werthe:

— 79.″4	— 71.″6	— 63.″4	— 11.″8	— 9.″9	— 15.″9	— 14.″0
— 13.″9	— 11.″6	+ 19.″0	+ 328.″5	+ 306.″3	+ 286.″3	+ 403.″4,

mit denen unter Berücksichtigung der Gewichte folgende Gleichungen gebildet wurden (Coefficienten logarithmisch):

A.

1	2.30628_n	$= 0.49542\ dM$	$+ 0.49527\ d\omega_1$	$+ 3.74968_n\ d\mu$	$+ 0.80098_n\ d\varphi$
2	2.15594_n	$= 0.33794$	$+ 0.33737$	$+ 3.58954_n$	$+ 0.64437_n$
3	2.04065_n	$= 0.21690$	$+ 0.21549$	$+ 3.46164_n$	$+ 0.51918_n$
4	1.49443_n	$= 0.58996$	$+ 0.58678$	$+ 3.53947_n$	$+ 0.85964$
5	1.34512_n	$= 0.47734$	$+ 0.47417$	$+ 3.42959_n$	$+ 0.74951$
6	1.47344_n	$= 0.41897$	$+ 0.42788$	$+ 1.14461_n$	$+ 0.30269_n$
7	1.72681_n	$= 0.70599$	$+ 0.71490$	$+ 1.69628_n$	$+ 0.59281_n$
8	1.71607_n	$= 0.67563$	$+ 0.68464$	$+ 1.70896_n$	$+ 0.56569_n$
9	1.30302_n	$= 0.27237$	$+ 0.28131$	$+ 0.46872_n$	$+ 0.20526_n$
10	1.91233	$= 0.80394$	$+ 0.80240$	$+ 3.44974$	$+ 1.09953_n$
11	2.75510	$= 0.41376$	$+ 0.40345$	$+ 3.90893$	$+ 0.48759$
12	2.78718	$= 0.45736$	$+ 0.46405$	$+ 4.01105$	$+ 0.71583$
13	2.45758	$= 0.14400$	$+ 0.16044$	$+ 3.74785$	$+ 9.88248_n$
14	2.84430	$= 0.42729$	$+ 0.40954$	$+ 4.11907$	$+ 9.16257_n$

Um diese Gleichungen homogen zu machen, wurde

$$x = 0.80394\ dM$$
$$y = 0.80240\ d\omega_1$$
$$z = 4.11907\ d\mu$$
$$u = 1.09953\ d\varphi$$
$$\log \text{Fehlereinheit} = 2.84430$$

gesetzt (Coefficienten logarithmisch) und folgendes Gleichungssystem erhalten:

B.

1	9.46198_n	$= 9.69148\ x$	$+ 9.69287\ y$	$+ 9.63061_n\ z$	$+ 9.70145_n\ u$
2	9.31164_n	$= 9.53400$	$+ 9.53497$	$+ 9.47047_n$	$+ 9.54484_n$
3	9.19635_n	$= 9.41296$	$+ 9.41309$	$+ 9.34257_n$	$+ 9.41965_n$
4	8.65013_n	$= 9.78602$	$+ 9.78438$	$+ 9.42040_n$	$+ 9.76011$
5	8.50082_n	$= 9.67340$	$+ 9.67177$	$+ 9.31052_n$	$+ 9.64998$
6	8.62914_n	$= 9.61503$	$+ 9.62548$	$+ 7.02554_n$	$+ 9.20316_n$
7	8.88251_n	$= 9.90205$	$+ 9.91250$	$+ 7.57721_n$	$+ 9.49328_n$
8	8.87177_n	$= 9.87169$	$+ 9.88224$	$+ 7.58989_n$	$+ 9.46616_n$
9	8.45872_n	$= 9.46843$	$+ 9.47891$	$+ 6.34965_n$	$+ 9.10573_n$
10	9.06803	$= 0.00000$	$+ 0.00000$	$+ 9.33067$	$+ 0.00000_n$
11	9.91080	$= 9.60982$	$+ 9.60105$	$+ 9.78986$	$+ 9.38806$
12	9.94288	$= 9.65342$	$+ 9.66165$	$+ 9.89198$	$+ 9.61630$
13	9.61328	$= 9.34006$	$+ 9.35804$	$+ 9.62878$	$+ 8.78295_n$
14	0.00000	$= 9.62335$	$+ 9.60714$	$+ 0.00000$	$+ 8.06304_n$

Die Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate ergab die Normalgleichungen:

I	$+ 0.9154 =$	$+ 4.0609\ x$	$+ 4.0913\ y$	$+ 0.6979\ z$	$- 1.1748\ u$
II	$+ 0.9009 =$	$+ 4.0913\ x$	$+ 4.1229\ y$	$+ 0.6877\ z$	$- 1.1908\ u$
III	$+ 2.6232 =$	$+ 0.6979\ x$	$+ 0.6877\ y$	$+ 2.6443\ z$	$+ 0.3573\ u$
IV	$+ 0.6831 =$	$- 1.1784\ x$	$- 1.1908\ y$	$+ 0.3573\ z$	$+ 2.4346\ u$

*) Die Bezeichnungen stimmen durchweg mit Tietjens Bezeichnungen überein.

Diese Gleichungen lieferten für die Unbekannten die Werthe:

$\log x = 0.85611$, $\log y = 0.84510_n$, $\log z = 9.95041$, $\log u = 9.27961$,

also

$\log dM = 2{,}89647$, $\log d\omega_1 = 2.88700_n$, $\log d\mu = 8.67564$, $\log d\varphi = 1.02438$,

$dM = + 13'\ 7''.90$, $d\omega_1 = - 12'\ 50''.90$, $d\mu = + 0''.04738$, $d\varphi = + 10''.58$.

Die Einsetzung der erhaltenen Werthe in die Bedingungsgleichungen ergab für die übrig bleibenden Fehler in G die Werthe

a	+ 30″.2	+ 24″.2	+ 17″.5	− 11″.9	− 9″.8	− 5″.5	− 3″.9
	− 3″.8	− 2″.7	− 10″.2	+ 35″.3	+ 28″.7	+ 47″.4	− 29″.5

Ferner wurden die berechneten Correctionen an die Elemente angebracht und die G mit diesen verbesserten Elementen neu bestimmt. Zwischen den so berechneten und den ursprünglichen G blieben noch folgende Unterschiede

b	+ 30′.2	+ 24″.1	+ 17″.5	− 11″.9	− 9″.9	− 5″.5	− 3″.9
	− 3″.8	− 2″.6	− 10″1	+ 35″.3	+ 28″.7	+ 47″.4	− 29″.5

Da die Werthe *a* und *b* eine gute, innerhalb der Unsicherheitsgrenzen der logarithmischen Rechnung sich haltende Uebereinstimmung zeigen, erschien eine nochmalige Ausgleichung nicht mehr wünschenswerth.

Die Weiterführung der Rechnung mit den corrigirten Elementen ergab für die absoluten Glieder *dg* der Gleichungen für *di* und $d\Omega$ die Werthe:

+ 1″.28	+ 1″.05	− 0″.03	− 0″.46	+ 1″.03	+ 0″.77	+ 0″.30
− 0″.12	+ 1″.01	− 2″.36	+ 0″.79	+ 4″.96	+ 0″.28	− 2″.12

und folgende Bedingungsgleichungen:

A_1.

1	0.51367	$= 0.43418\ di$	$+ 0.25098\ \sin i\, d\Omega$
2	0.32222	$= 0.26151$	$+ 0.14211$
3	8.71568_n	$= 0.10706$	$+ 0.06839$
4	0.08531_n	$= 0.57990_n$	$+ 9.81712_n$
5	0.36232	$= 0.46913_n$	$+ 9.87585_n$
6	0.15853	$= 0.41748$	$+ 9.76723_n$
7	0.05780	$= 0.71365$	$+ 9.95896_n$
8	9.65224_n	$= 0.69063$	$+ 9.84068_n$
9	0.24288	$= 0.30182$	$+ 9.01227_n$
10	1.00649_n	$= 0.42277$	$+ 0.76129$
11	0.13619	$= 0.39641_n$	$+ 9.64638_n$
12	0.99651	$= 9.01693_n$	$+ 0.46384_n$
13	9.44716	$= 0.14499$	$+ 9.55955_n$
14	0.56490_n	$= 0.32059_n$	$+ 0.17282$

Die Substitution

$$v = 0.71365\ di$$
$$w = 0.76129\ \sin i\, d\Omega$$
$$\log \text{Fehlereinneit} = 1.00649$$

führte zu dem homogenen Gleichungssystem:

B_1.

1	9.50718	$= 9.72053\ v$	$+ 9.48969\ w$
2	9.31573	$= 9.54786$	$+ 9.38082$
3	7.70919_n	$= 9.39341$	$+ 9.30710$
4	9.07882_n	$= 9.86625_n$	$+ 9.05583_n$
5	9.35583	$= 9.75548_n$	$+ 9.11456_n$
6	9.15204	$= 9.70383$	$+ 9.00594_n$
7	9.05131	$= 0.00000$	$+ 9.19767_n$
8	8.64575_n	$= 9.97698$	$+ 9.07939_n$
9	9.23639	$= 9.58817$	$+ 8.25098_n$
10	0.00000_n	$= 9.70912$	$+ 0.00000$
11	9.12970	$= 9.68276_n$	$+ 8.88509_n$
12	9.99002	$= 8.30328_n$	$+ 9.70255_n$
13	8.44067	$= 9.43134$	$+ 8.79826_n$
14	9.55841_n	$= 9.60694_n$	$+ 9.41153,$

dessen Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate die Normalgleichungen

I	$- 0.0341$	$= + 4.3625\ v$	$+ 0.5629\ w$
II	$- 1.4958$	$= + 0.5629\ v$	$+ 1.6046\ w$

ergab. Hieraus folgten für die Unbekannten die Werthe:

$$\log v = 9.07114, \quad \log w = 9.98833_n,$$

also

$$\log di = 9.36398, \quad \log \sin i\, d\Omega = 0.23353_n,$$

$$di = + 0''.23, \quad d\Omega = - 13''.53$$

Es ist ferner $\cos i\, d\Omega = - 13''.42$, also

$$d\omega = d\omega_1 - \cos i\, d\Omega = - 12''\ 37''.48.$$

Zur Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers wurden die Summen der Fehlerquadrate $(nn)_4$ bzw. $(nn)_2$ aus den Gleichungen B bzw. B_1 gebildet. Es war

$$(nn)_4 = 0.0500;$$

hieraus ergab sich

$$\log r = 8.67846$$
$$\log r_x = 0.23072$$
$$\log r_y = 0.22724$$
$$\log r_z = 8.51045$$
$$\log r_u = 8.53311$$

und daher:

wahrscheinlicher Fehler einer Grösse	dG	$\pm 33''.32$
" " von	$d\omega$	$\pm 3'\ 6.67$
" " "	dM	$\pm 3'\ 5.83$
" " "	$d\mu$	$\pm 0''.00172$
" " "	$d\varphi$	$\pm 0\ 1.90$

Ferner war

$$(nn)_2 = 1.025,$$

also

$$\log r = 9.29475$$
$$\log r_v = 8.98495$$
$$\log r_w = 9.20212$$

und:

wahrscheinlicher Fehler einer Grösse	dg	$\pm$ 2″.00
" " von	di	$\pm$ 0.19
" "	$d\Omega$	$\pm$ 2.21

Es lauten somit die Correctionen der Elemente:

dM	$=$	$+$ 13′ 7″.90 $+ (t-t_0)\, d\mu$	$\pm$ 3′ 6″.67
$d\omega$	$=$	$-$ 12 37.48	$\pm$ 3 5.83
$d\Omega$	$=$	$-$ 13.53	$\pm$ 2.21
di	$=$	$+$ 0.23	$\pm$ 0.19
$d\varphi$	$=$	$+$ 10.58	$\pm$ 1.90
$d\mu$	$=$	$+$ 0″.04738	$\pm$ 0″.00172

$t_0 = 1884$ Februar 17.0.

Verbessert man die am Anfang dieses Abschnittes angegebenen Elemente um die obigen Correctionen, so stellen die verbesserten Elemente die Normalörter in folgender Weise dar (im Sinn „Beobachtung-Rechnung"):

Nr.	$\Delta\alpha$ s	$\Delta\delta$ ″			
1	+ 1.91	— 11.2	1879 Mai	18.5	
2	+ 1.47	— 8.9	1879 Juni	9.5	
3	+ 1.08	— 6.7	1879 Juli	8.5	
4	— 0.75	— 5.4	1881 September	23.5	
5	— 0.65	— 3.4	1881 October	18.5	
6	— 0.38	+ 1.7	1884 März	1.5	
7	— 0.29	+ 0.8	1884 März	16.5	$\Sigma\Delta\delta^2 = 952.5$
8	— 0.30	+ 0.4	1884 März	27.5	
9	— 0.16	+ 1.3	1884 April	25.5	
10	— 0.64	+ 3.9	1885 Mai	14.5	
11	+ 2.16	+ 15.4	1892 September	24.0	
12	+ 1.95	+ 9.5	1893 November	30.0	
13	+ 3.18	— 16.2	1895 Februar	19.5	
14	— 2.14	— 7.2	1897 Juli	22.5	

$\Sigma\Delta\alpha^2 = 31.87$

während vor der Verbesserung war:

6	— 1.13	+ 6.5	1884 März	1.5
7	— 1.08	+ 5.6	1884 März	16.5
8	— 1.05	+ 4.2	1884 März	27.5
9	— 0.94	+ 4.5	1884 April	25.5
10	+ 1.18	— 9.1	1885 Mai	14.5
11	+ 20.56	+ 135.2	1892 September	24.0
12	+ 21.16	+ 82.5	1893 November	30.0
13	+ 19,45	— 93.6	1895 Februar	19.5
14	+ 29.10	+ 89.2	1897 Juli	22.5

Die ausgeschlossenen Beobachtungen werden, wie folgt, dargestellt:

1892 September	15.48414	Pulkowa	$\Delta\alpha = +\ 2.36^s$	$\Delta\delta = +\ 17''.3$;
1892 September	16.41535	Pulkowa	$\Delta\alpha = +\ 2.65$	$\Delta\delta = +\ 16.5$;
1895 März	1.46372	Pola	$\Delta\alpha = +\ 3.04$	$\Delta\delta = -\ 13.7$;
1897 August	7.47728	Pola	$\Delta\alpha = -\ 2.33$	$\Delta\delta = -\ 5.9$.

Da die jetzt erhaltene Bahn die Beobachtungen ganz bedeutend besser darstellt, als die frühere, und nur noch einige Abweichungen sich zeigen, wurde mit diesen einmal verbesserten Elementen als Ausgangselementen eine nochmalige Bahnverbesserung vorgenommen. Die Werthe dG und dg wurden durchweg neu berechnet, während die Koefficienten der Gleichungen sich nicht änderten. Für die dG ergaben sich folgende Werthe:

+ 30″.6	+ 24″.6	+ 17″.8	− 11″.7	− 9″.9	− 5″.6	− 4″.2
− 4.0	− 2.3	− 10.0	+ 35.3	+ 28.7	+ 47.3	− 29.6.

Unter der Hypothese, dass alle Normalörter gleiches Gewicht hätten, ergab dann die Rechnung folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
+\ 10.4380\ x &+\ 10.8964\ y &+\ 2.1192\ z &-\ 0.9143\ u &= +\ 1.7716\\
+\ 10\,8964\ x &+\ 11.3802\ y &+\ 2.1908\ z &-\ 0.9930\ u &= +\ 1.8954\\
+\ 2.1192\ x &+\ 2.1908\ y &+\ 2.6398\ z &+\ 0.9540\ u &= +\ 0.6531\\
-\ 0.9143\ x &-\ 0.9930\ y &+\ 0.9540\ z &+\ 6.0270\ u &= -\ 0.5202,
\end{aligned}$$

in denen

$$x = 0.18873\ dM, \quad y = 0.17098\ d\omega_1, \quad z = 3.88051\ d\mu, \quad u = 0.46595\ d\varphi,$$

log Fehlereinheit 1.67486.

ist. Hieraus folgte:

$$dM = -\ 294''.44, \quad d\omega_1 = +\ 297''.40, \quad d\varphi = -\ 0''.76, \quad d\mu = +\ 0''.00149.$$

Die Werthe der dg wurden jetzt

+ 2″.37	+ 2″.03	+ 0″.91	− 0″.32	+ 0″.86	− 0″.07	− 0″.52
− 0.89	+ 0.52	− 0.16	+ 0.88	+ 2.51	− 0.53	− 0.42;

hiernach lauten die Normalgleichungen für di und $\sin i d\Omega$

$$\begin{aligned}
+\ 19.0287\ di &+\ 1.3281 \sin i d\Omega = +\ 1.2821\\
+\ 1.3281\ di &+\ 6.6464 \sin i d\Omega = -\ 0.5100,
\end{aligned}$$

aus denen folgt:

$$di = +\ 0''.07\ .\ d\Omega = -\ 0''.72.$$

Die endgültigen Verbesserungen der Elemente E sind also:

dM	= +	8′ 13″.46	±	3′ 6″.67
$d\omega$	= −	7 39.36	±	3 5.83
$d\Omega$	= −	14.25	±	2.21
di	= +	0.30	±	0.19
$d\varphi$	= +	9.82	±	1.90
$d\mu$	= +	0″.04887	±	0.00172

Verbessert man die am Anfang des Abschnittes G angegebenen Elemente um diese Beträge, so wird die Darstellung der Normalörter folgende:

	$\Delta\alpha$ s	$\Delta\delta$		$\Delta\alpha$ s	$\Delta\delta$
1.	+ 1.76	— 10.″1	; vor der Verbesserung:	— 4.74	+ 35.″6
2.	+ 1.44	— 8.2	" " "	— 4.27	+ 37.2
3.	+ 1.03	— 6.5	" " "	— 3.76	+ 28.1
4.	— 0.64	— 4.8	" " "	— 1.64	— 5.5
5.	— 0.49	— 2.0	" " "	— 1.48	— 2.8
6.	— 1.32	+ 5.8	" " "	— 1.13	+ 6.5
7.	— 1.14	+ 4.4	" " "	— 1.08	+ 5.6
8.	— 1.16	+ 3.9	" " "	— 1.05	+ 4.2
9.	— 0.90	+ 4.4	" " "	— 0.94	+ 4.5
10.	— 0.99	+ 6.1	" " "	+ 1.18	— 9.1
11.	+ 2.18	+ 15.6	" " "	+ 20.56	+ 135.2
12.	+ 0.76	+ 5.2	" " "	+ 21.16	+ 82.5
13.	+ 1.21	— 6.8	" " "	+ 19.45	— 93.6
14.	— 2.00	— 6.3	" " "	+ 29.10	+ 89.2

Die Darstellung ist damit günstiger geworden; denn während vorher pag. 43 $\Sigma\Delta\alpha^2 = 31.87$, $\Sigma\Delta\delta^2 = 952.5$ war, ist jetzt $\Sigma\Delta\alpha^2 = 23.85$ und $\Sigma\Delta\delta^2 = 718.0$.

H. Fortsetzung der Störungsrechnung und Berechnung der Ephemeride für die Opposition 1901.

Mit den verbesserten Elementen

1898 November 10.0

M	82 20 47.57	
ω	237 34 46.77	1900.0
Ω	73 19 51.44	1900.0
i	7 16 57.64	1900.0
φ	1 11 0.22	
μ	645.30690	
log a	0.4934936	

wurden die Störungsrechnungen fortgesetzt und folgende Störungswerthe erhalten:

Störungen durch Jupiter.

			Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta M'$	$\Delta(e \sin \omega_1)$	$\Delta(e \cos \omega_1)$	$\Delta\mu$	$\iint \partial\mu dt^2$
1898	November	10	0.″00	0.″00	0.″00	0.000	0.000	0.″00000	0.″00
	December	20	+ 0.36	— 1.93	— 8.97	— 2.001	— 5.007	+ 0.01332	+ 0.26
1899	Januar	29	+ 0.73	— 3.41	— 17.66	— 4.098	— 10.369	+ 0.03045	+ 1.12
	März	10	+ 1.09	— 4.44	— 25.97	— 6.393	— 16.084	+ 0.05118	+ 2.74
	April	19	+ 1.44	— 5.06	— 33.84	— 8.984	— 22.130	+ 0.07528	+ 5.26
	Mai	29	+ 1.77	— 5.33	— 41.19	— 11.963	— 28.462	+ 0.10260	+ 8.80
	Juli	8	+ 2.06	— 5.27	— 47.96	— 15.411	— 35.016	+ 0.13282	+ 13.51
	August	17	+ 2.33	— 4.97	— 54.08	— 19.391	— 41.710	+ 0.16575	+ 19.46
	September	26	+ 2.54	— 4.49	— 59.49	— 23.947	— 48.453	+ 0.20102	+ 26.79
	November	5	+ 2.74	— 3.89	— 64.14	— 29.101	— 55.143	+ 0.23838	+ 35.58
	December	15	+ 2.88	— 3.25	— 67.96	— 34.851	— 61.677	+ 0.27740	+ 45.88
1900	Januar	24	+ 2.99	— 2.63	— 70.91	— 41.175	— 67.950	+ 0.31728	+ 57.89

1900	Januar	24	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
	März	5	+ 0.07	+ 0.54	+ 2.04	6.844	— 5.916	+ 0.04135	+ 0.81
	April	14	+ 0.12	+ 0.95	+ 3.12	+ 14.137	— 11.389	+ 0.08320	+ 3.31
	Mai	24	+ 0.14	+ 1.18	+ 3.22	— 21.788	— 16.353	+ 0.12512	+ 7.48
	Juli	3	+ 0.14	+ 1.23	+ 2.30	— 29.684	— 20.761	+ 0.16665	+ 13.32
	August	12	+ 0.14	+ 1.06	0.34	— 37.694	— 24.594	+ 0.20723	+ 20.80
	September	21	+ 0.13	+ 0.70	+ 2.67	— 45.683	— 27.865	+ 0.24630	+ 29.88
	October	31	+ 0.12	+ 0.17	+ 6.74	53.512	— 30.618	+ 0.28330	+ 40.48
	December	10	+ 0.12	0.50	+ 11.86	— 61.037	— 32.937	+ 0.31752	+ 52.51
1901	Januar	19	+ 0.13	1.25	18.03	— 68.123	— 34.945	+ 0.34822	+ 65.83
	Februar	28	+ 0.16	2.02	25.21	— 74.655	— 36.806	+ 0.37462	+ 80.31
	April	9	+ 0.20	— 2.71	+ 33.36	— 80.539	— 38.739	+ 0.39592	+ 95.74

Störungen durch Saturn.

1898	November	10	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
	November	20	0.01	+ 0.05	0.37	+ 0.389	+ 0.236	— 0.00198	— 0.04
1899	Januar	29	+ 0.02	+ 0.09	+ 0.81	+ 0.751	+ 0.458	— 0.00373	— 0.16
	März	19	0.03	+ 0.12	— 1.30	— 1.087	+ 0.656	— 0.00515	— 0.33
	April	19	0.04	+ 0.15	1.84	— 1.402	+ 0.821	— 0.00628	— 0.56
	Mai	29	0.06	+ 0.16	2.42	— 1.703	+ 0.950	— 0.00705	— 0.83
	Juli	8	+ 0.07	+ 0.16	— 3.01	— 1.996	+ 1.036	— 0.00748	— 1.12
	August	17	0.09	+ 0.14	+ 3.61	— 2.290	+ 1.078	— 0.00752	— 1.42
	September	26	0.11	+ 0.10	4.21	— 2.595	+ 1.078	— 0.00720	— 1.72
	November	5	+ 0.12	+ 0.05	+ 4.79	— 2.917	+ 1.041	— 0.00650	— 1.99
	December	15	+ 0.14	+ 0.02	+ 5.34	— 3.263	+ 0.970	— 0.00548	— 2.23
1900	Januar	24	0.15	+ 0.11	+ 5.84	— 3.637	+ 0.874	— 0.00415	— 2.43
	Januar	24	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00000	0.00
	März	5	0.01	+ 0.10	— 0.45	— 0.406	— 0.111	+ 0.00165	+ 0.03
	April	14	0.03	+ 0.22	+ 0.84	— 0.843	— 0.229	+ 0.00352	+ 0.14
	Mai	24	+ 0.04	+ 0.34	— 1.16	— 1.307	— 0.346	+ 0.00560	+ 0.32
	Juli	3	+ 0.04	+ 0.48	+ 1.40	— 1.789	— 0.453	+ 0.00780	+ 0.59
	August	12	+ 0.05	+ 0.62	+ 1.56	— 2.283	— 0.546	+ 0.01008	+ 0.95
	September	21	0.05	+ 0.75	+ 1.62	— 2.778	— 0.621	+ 0.01238	+ 1.39
	October	31	— 0.06	0.88	+ 1.60	— 3.260	— 0.678	+ 0.01462	+ 1.93
	December	10	— 0.06	+ 1.00	— 1.49	— 3.715	— 0.722	+ 0.01672	+ 2.56
1901	Januar	19	— 0.05	— 1.11	+ 1.29	— 4.131	— 0.759	+ 0.01858	+ 3.27
	Februar	28	— 0.05	— 1.20	+ 1.01	— 4.493	— 0.802	+ 0.02012	+ 4.04
	April	9	— 0.05	— 1.26	— 0.67	— 4.793	— 0.863	+ 0.02128	+ 4.87

Hierzu gehören die Elemente:

Ep	1898 Novbr. 10.0	1900 Januar 24.0	1901 April 9.0
M	82 20 47.57	161 38 32.14	240 25 11.63
ω	237 34 46.77	237 8 58.10	237 19 9.01
Ω	73 19 51.44 } 1900.0	73 19 48.70 } 1900.0	73 19 44.73 } 1900.0
i	7 16 57.64	7 17 0.48	7 17 0.63
φ	1 11 0.22	1 12 14.14	1 13 48.14
μ	645.30690	645.62052	646.03772
log *a*	0.4934936	0.4933528	0.4931658

Mittelst der Elemente 1901 April 9.0 wurde folgende Oppositionsephemeride berechnet:

Ephemeride für die Opposition 1901

1901 M. Z. Berlin 12h	α			δ			log Δ	Ab. Zt.	
	h	m	s	°	′	″			
März 12	12	52	17.34	+ 4	59	57.8	0.342840	18	18
13		51	38.96	5	4	39.4	0.341904	18	15
14		50	59.79	5	9	21.1	0.341022	18	13
15		50	19.86	5	14	2.6	0.340192	18	11
16		49	39.22	5	18	43.6	0.339417	18	9
17		48	57.91	5	23	23.8	0.338695	18	7
18		48	15.96	5	28	2.2	0.338029	18	6
19		47	33.42	5	32	39.4	0.337419	18	4
20		46	50.34	5	37	15.2	0.336864	18	3
21		46	6.75	5	41	49.3	0.336367	18	2
22		45	22.70	5	46	21.2	0.335927	18	1
23		44	38.25	5	50	50.4	0.335544	17	59
24		43	53.44	5	55	16.3	0.335219	17	58
25		43	8.32	5	59	38.5	0.334952	17	57
26		42	22.95	6	3	56.9	0.334743	17	57
27		41	37.36	6	8	11.2	0.334593	17	57
28		40	51.60	6	12	21.1	0.334500	17	57
29		40	5.72	6	16	26.4	0.334466	17	57
30		39	19.78	6	20	26.9	0.334490	17	57
☍ 31		38	33.81	6	24	22.3	0.334572	17	57
April 1		37	47.85	6	28	12.2	0.334710	17	57
2		37	1.95	6	31	56.5	0.334906	17	57
3		36	16.16	6	35	34.9	0.335160	17	58
4		35	30.54	6	39	7.2	0.335470	17	59
5		34	45.12	6	42	33.1	0.335836	18	0
6		33	59.95	6	45	52.3	0.336258	18	1
7		33	15.06	6	49	4.8	0.336736	18	2
8		32	30.49	6	52	10.3	0.337269	18	3
9		31	46.28	6	55	8.6	0.337856	18	5
10		31	2.50	6	57	59.7	0.338498	18	6
11		30	19.19	7	0	42.9	0.339192	18	8
12		29	36.38	7	3	18.4	0.339939	18	10
13		28	54.10	7	5	46.1	0.340738	18	12
14		28	12.41	7	8	5.6	0.341588	18	14
15		27	31.35	7	10	16.7	0.342488	18	17
16		26	50.97	7	12	19.3	0.343438	18	19
17	12	26	11.27	+ 7	14	13.8	0.344436	18	21

Opp. i. A. R. 1901 März 31. $5\ (\log \Delta + \log r) = 4.16$. Grösse 10.5.

$$x = 9.9967727\ r \sin (u + 163\ 12\ 50.8)$$
$$y = 9.9560366\ r \sin (u + 76\ 32\ 14.0)$$
$$z = 9.6483679\ r \sin (u + 58\ 57\ 31.4).$$

J. Schluss.

Zum Schluss mögen noch einige Bemerkungen über die Umlaufszeit des Planeten Philomela folgen, die nicht ohne Interesse sind. Seine Umlaufszeit, 2006^d, ist nämlich zu der einiger grosser Planeten nahe kommensurabel. So ist

1. 1 Umlauf der Philomela = 9 Umläufen der Venus — 16^d
2. 2 Umläufe " " = 11 " der Erde — 4^d
3. 1 Umlauf " " = 3 " des Mars — 55^d
4. 2 Umläufe " " = 1 Umlauf des Jupiter — 290^d.

Besonders wichtig sind die unter 2 und 3 aufgeführten Eigenthümlichkeiten. Es dürften hiernach möglicherweise die Störungen durch Mars und Erde nicht zu vernachlässigen sein. Ihre Berücksichtigung war von vornherein nicht vorgesehen, da Erdstörungen bei kleinen Planeten niemals und Marsstörungen nur bei stark elliptischen, deren Bahnen sich daher der Marsbahn nähern, berechnet werden, niemals aber bei so nahe kreisförmigen Bahnen, wie die der Philomela, die überdies noch zu den jupitersnahen gehört.

Ferner bedingt das eigenthümliche Verhältniss der Umlaufszeit von Philomela zu der der Erde eine zur Bestimmung der Oppositionsdaten höchst werthvolle Thatsache. Die Oppositionen kehren nämlich nach je elf Jahren an fast demselben Tage und in derselben Gegend des Himmels wieder. Das folgende Verzeichniss der Oppositionen (nach dem Astronom. Jahrbuch) bestätigt dies.

Datum	α	δ	Gr.
	h	°	
1880 Juni 16	17.7	— 25.8	10.7
1891 Juni 19	17.8	— 26.2	10.3
1881 September 17	23.7	— 13.5	10.1
1892 September 17	23.7	— 13.4	10.3
1882 December 2	4.5	+ 21.5	10.3
1893 December 3	4.7	+ 21.9	10.5
1884 Februar 19	10.3	+ 22.0	10.5
1895 Februar 19	10.2	+ 21.9	10.5
1885 Mai 9	15.1	— 12.7	10.4
1896 Mai 7	15.0	— 12.4	10.4*)

Datum	α	δ	Gr.
	h	°	
1886 August 3	20.9	— 26.6	10.3
1897 August 3	20.9	— 26.6	10.3
1887 October 27	2.1	+ 5.5	10.4
1898 October 28	2.2	+ 5.9	10.4
1889 Januar 10	7.4	+ 28.2	10.5
1900 Januar 11	7.5	+ 28.2	10.5
1890 März 31	12.7	+ 6.1	10.4
1901 März 31	12.6	+ 6.4	10.5

Die weiteren Oppositionen wären hiernach zu erwarten
1902 Juni 19, 1903 September 17, 1904 December 3, 1906 Februar 19, 1907 Mai 7.

*) Im Jahrbuch 1898 ist irrthümlich angegeben: Grösse 12.4.

Lebenslauf.

Ich, *Paul Victor Neugebauer,* kath., bin geboren am 5. December 1878 zu Breslau als Sohn des Professors *Dr. Paul Neugebauer* und seiner Ehefrau *Valeska* geb. *Groetschel.* Nach dreijährigem Besuch der Vorschule des Realgymnasiums zum heiligen Geist zu Breslau trat ich Ostern 1888 in die Sexta des Königlichen St. Matthiasgymnasiums zu Breslau ein und verliess dasselbe Ostern 1897 mit dem Zeugniss der Reife. Seit Ostern 1897 studirte ich an der hiesigen Universität Astronomie, Mathematik und Physik. Ich besuchte die Vorlesungen der Herren Professoren

Chun, F. Cohn, Ebbinghaus, Franz, Freudenthal, Heydweiller, London, O. E. Meyer, Rosanes, Sturm,

und betheiligte mich durch sechs Semester hindurch an den Uebungen der Herren Professoren *Franz, O. E. Meyer, Rosanes* und *Sturm.*

Allen den genannten Herren sage ich meinen aufrichtigsten Dank, besonders Herrn Professor *Franz,* welcher meinen astronomischen Studien jederzeit und in jeder Weise die regste Förderung zu Theil werden liess.

Thesen.

1. Beobachtungen kleiner Planeten am Refractor verdienen vor Meridianbeobachtungen den Vorzug.
2. Die Bahnverbesserungsmethode von *Tietjen* bietet bei Planeten mit kleiner Neigung bedeutende Vortheile vor der *Schönfeld*'schen Methode.
3. Die Decimaltheilung des Kreises ist in Anbetracht ihrer praktischen Nachtheile als nicht wünschenswerth zu bezeichnen.